



Taux d'actualisation associé au Plan

---

Cette note rassemble les données quantitatives qui permettent d'avancer un chiffre comme taux d'actualisation associé au Plan et aux perspectives 1985 actuellement définies. Les données sont les résultats de divers modèles chiffrés qui ont été construits ces dernières années pour représenter le processus de la croissance française et plus particulièrement du modèle du Commissariat Général du Plan dont un objectif était le calcul de ce taux.

Le plan de cette note est conçu de manière à présenter des travaux de plus en plus susceptibles de fournir une réponse précise à la question posée. Dans une première partie, la définition d'un taux d'actualisation associé à un programme de croissance et les relations qui existent entre cette notion et des notions voisines sont précisées. La deuxième partie a pour but de faire état de certaines données immédiates susceptible de fournir un ordre de grandeur du taux cherché. L'essentiel des résultats est contenu

- dans la partie III qui retrace les principaux modèles construits par des organismes autres que le Commissariat général du Plan et les résultats qu'ils fournissent au sujet du taux d'actualisation.
- et dans la partie IV consacrée aux travaux du Commissariat Général du Plan spécifiquement adaptés pour fournir une estimation aussi précise que possible du taux d'actualisation.

I - DEFINITION DU TAUX d'ACTUALISATION

La démarche la plus naturelle pour définir un taux d'actualisation est la suivante : au niveau de l'ensemble de l'économie et étant donné un programme de développement de cette économie, si, en diminuant la consommation de  $\Delta Ct$  à l'époque  $t$ , il est possible de l'augmenter de  $\Delta Ct+1$  à l'époque  $t + 1$ , en maintenant le même programme des consommations ultérieures. le taux d'actualisation<sup>(1)</sup>  $a(t)$ , à l'époque  $t$ , est défini par :

$$1 + a(t) = \frac{\Delta Ct + 1}{\Delta Ct}$$

(1) ou taux de rendement de l'investissement.

Le 12 janvier 1967



Taux d'actualisation associé au Plan

Cette note rassemble les données quantitatives qui permettent d'avancer un chiffre comme taux d'actualisation associé au Plan et aux perspectives 1985 actuellement définies. Les données sont les résultats de divers modèles chiffrés qui ont été construits ces dernières années pour représenter le processus de la croissance française et plus particulièrement du modèle du Commissariat Général du Plan dont un objectif était le calcul de ce taux.

Le plan de cette note est conçu de manière à présenter des travaux de plus en plus susceptibles de fournir une réponse précise à la question posée. Dans une première partie, la définition d'un taux d'actualisation associé à un programme de croissance et les relations qui existent entre cette notion et des notions voisines sont précisées. La deuxième partie a pour but de faire état de certaines données immédiates susceptible de fournir un ordre de grandeur du taux cherché. L'essentiel des résultats est contenu

- dans la partie III qui retrace les principaux modèles construits par des organismes autres que le Commissariat général du Plan et les résultats qu'ils fournissent au sujet du taux d'actualisation.
- et dans la partie IV consacrée aux travaux du Commissariat Général du Plan spécifiquement adaptés pour fournir une estimation aussi précise que possible du taux d'actualisation.

I - DEFINITION DU TAUX d'ACTUALISATION

La démarche la plus naturelle pour définir un taux d'actualisation est la suivante : au niveau de l'ensemble de l'économie et étant donné un programme de développement de cette économie, si, en diminuant la consommation de  $\Delta C_t$  à l'époque  $t$ , il est possible de l'augmenter de  $\Delta C_{t+1}$  à l'époque  $t + 1$ , en maintenant le même programme des consommations ultérieures le taux d'actualisation<sup>(1)</sup>  $a(t)$ , à l'époque  $t$ , est défini par :

$$1 + a(t) = \frac{\Delta C_{t+1}}{\Delta C_t}$$

(1) ou taux de rendement de l'investissement.

Cette définition est parfaitement naturelle puisqu'elle signifie que si la société épargne 1 F. à l'époque  $t$  elle consommera  $(1 + a)$  F à la période suivante. Dans le cadre général d'un modèle de croissance permettant de définir la productivité marginale du capital et d'une économie concurrentielle, on démontre sans difficulté que le taux d'actualisation à l'époque  $t$  est égal à la productivité marginale nette du capital à cette même époque (2) :

$$a(t) = \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} - d \quad (d = \text{taux de dépréciation du capital})$$

Cette relation permet de proposer un certain nombre d'intervalles possibles a priori pour le taux d'actualisation.

C'est ainsi que dans une note d'avril 1963 (1), M. Malinvaud soulignait que le modèle de projection utilisé pour les premières esquisses du 5<sup>o</sup> Plan comportait un taux d'intérêt implicite, qui était simplement la productivité marginale du capital calculée sous la forme :

$$r = e \frac{V}{K} - d = e \frac{V}{K} - \frac{A}{K}$$

où  $V$  était la valeur ajoutée brute de l'industrie et des transports.

$K$  le capital net de l'industrie et des transports

$e$  l'élasticité de la production par rapport au capital

$d = \frac{A}{K}$  le taux d'amortissement économique

Malheureusement il est difficile d'évaluer précisément  $A$  &  $K$  et une erreur de + 20% sur ces deux chiffres apparaît comme possible.

Par ailleurs il paraissait difficile d'attribuer une valeur convenable à l'élasticité et deux variantes ont été introduites avec  $e = 0,30$  et  $e = 0,50$ . Dans le premier cas l'estimation de  $r$  vaut 13% (avec des

(1) voir aussi la note du 9 novembre 1963 de la Division des programmes de l'INSEE

(2) mais la notion de taux d'actualisation instantané est plus générale que celle de productivité marginale du capital et lorsque cette dernière ne peut pas être définie il existe quand même un taux d'actualisation.

estimations extrêmes de 10 et 18% autour de cette valeur moyenne). Avec  $e = 0,50$  l'estimation de  $r$  est égale à 27% (compris entre 21 et 35 %). On voit donc que cette approche ne permet pas d'aboutir à une évaluation précise du taux d'intérêt, mais la valeur la plus plausible (13%) ainsi que la valeur la plus faible (10%) sont intéressantes à retenir.

Si l'on considère maintenant un modèle de croissance complété par une fonction objectif  $U(C_t)$  ou  $C_t$  et le secteur représentant le programme de consommation pendant la période étudiée, par exemple  $U(C_t) = \sum_0^T e^{-\psi t} U(C_t)$ , les conditions nécessaires pour que le programme soit optimal s'écrivent :

$$\frac{U'(C_t)}{U'(C_{t+1})} = 1 + a(t) = \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} - d$$

Si l'on choisit plus particulièrement la fonction objectif

$$U = \sum_0^T e^{-\psi t} \log C_t$$

on trouve :  $1 + a(t) = U'(C_t)/U'(C_{t+1}) = \frac{e^{-\psi t}}{e^{-\psi(t+1)} C_t} \cdot C_{t+1} = e^{\psi} \frac{C_{t+1}}{C_t} = e^{\psi} (1+n)^t$

où  $m^t$  est le taux de croissance, à l'époque  $t$ , de la consommation.

Ceci montre bien qu'il faut distinguer le taux d'escompte psychologique  $\psi$  qui intervient dans la fonction objectif du taux d'actualisation instantané.

La considération du taux d'actualisation instantané n'est pas suffisante ; on peut imaginer en effet des stratégies du développement plus compliquées ; par exemple diminuer la consommation de  $\Delta C_t$  à l'époque  $t$ , et retirer tout le gain de cet effort d'épargne en augmentant la consommation de  $\Delta C_{t+2}$  à l'époque  $t+2$ , on définit ainsi un taux d'actualisation  $a(t, t+2)$  tel que

$$\frac{d C_t + r}{d C_t} = \left[ 1 + a(t, t+2) \right]^2$$

mais on peut considérer des profils beaucoup plus complexes et notamment ceux correspondant à un effort d'épargne régulier tout au long du programme de croissance. Une définition naturelle du taux d'actualisation associé à ce programme est alors le taux qui rend les gains futurs de consommation actualisés égaux aux pertes immédiates actualisées ; c'est l'équivalent d'un taux interne de rendement.

On peut en particulier au programme de croissance défini par le Plan et des esquisses à plus long terme associer un tel taux d'actualisation (1). Pour mettre en évidence les relations qui peuvent exister entre ce taux d'actualisation  $i$  associé au programme de croissance et le taux d'actualisation instantané  $a(t)$  particularisons encore en introduisant une fonction de Cobb-Douglas :

$$Q_t = e^{\beta t} K_t^{1-\alpha} L_t^{\alpha}$$

et en considérant les croissances à taux d'épargne  $s$  constant et équilibrées. Dans ce cas :

$$a(t) = \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} - d = (1-\alpha) \frac{Q_t}{K_t} - d = (1-\alpha) \frac{Q_0}{K_0} - d$$

(1) Admettre que le programme de croissance du Plan est optimal revient à dire que les taux d'actualisation instantanés vérifient les conditions précédentes ; mais ceci n'est pas opérationnel de se demander quelle est la fonction d'utilité pour laquelle ce programme est optimal.

et il est facile de démontrer que ce taux d'actualisation indépendant du temps a la même valeur que le taux  $i$  associé au programme correspondant à cette croissance, défini par :

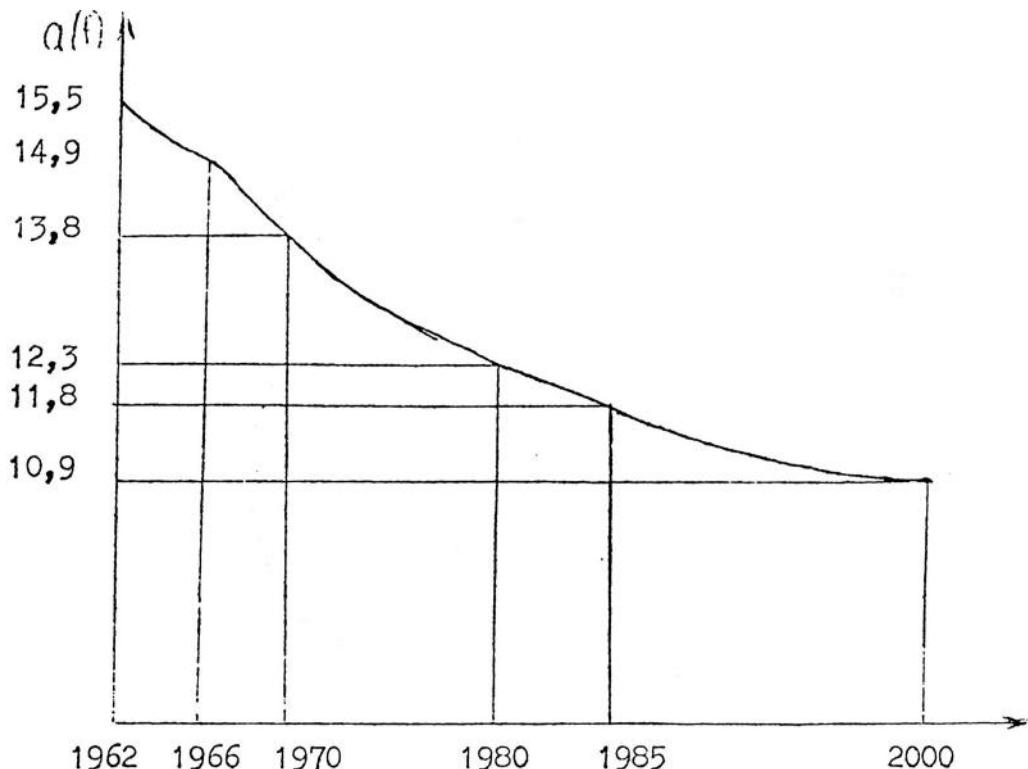
$$\int_0^{\infty} e^{-it} \frac{\partial C}{\partial s} dt = 0$$

Dans le cas d'une croissance à taux d'épargne constant vérifiant la règle d'or ( $s = 1 - \alpha$ ) on sait aussi que le taux d'actualisation  $a(t)$  est constant et égal au taux de croissance si la croissance est équilibrée, et tend asymptotiquement vers ce taux de croissance dans le cas contraire.

Dans le cas le plus général d'une croissance qui n'est ni équilibrée ni même à taux d'épargne constant (ce qui est le cas réel, encore que le taux d'épargne projeté soit très peu variable) le taux instantané  $a(t)$  varie au cours du temps, mais on peut montrer que le taux associé au développement  $i$  est compris dans l'intervalle de variation de  $a(t)$ .

Ces indications montrent l'intérêt du calcul de la productivité marginale nette du capital que révèle le modèle de projection utilisé.

A partir des données et du modèle du Commissariat général du Plan on obtient les valeurs numériques de  $a(t)$  figurées par la courbe ci-dessous.



On observe que le taux d'actualisation correspondant à la période initiale 1962 (et à la croissance, si elle était équilibrée à partir de ces conditions initiales) s'élève à 15,5 %, décroît régulièrement à partir de cette valeur mais ne descend pas au dessous de 10%. Ces résultats dépendent étroitement du type et des paramètres de la fonction de production retenue (ici une fonction Cobb-Douglas avec progrès technique autonome) comme on le verra dans la quatrième partie de cette note.

## II - Taux d'actualisation et décisions d'investissements

On se propose ici d'abandonner provisoirement l'approche du taux d'actualisation à l'aide d'un modèle pour chercher dans l'observation de l'économie réelle des indications permettant de fixer, à priori, un intervalle de variation vraisemblable pour le taux d'actualisation précédemment défini.

II -1.- Pour cela nous devons procéder à une réflexion sur les liens qui existent entre le taux d'actualisation défini au niveau de la collectivité et les paramètres micro-économiques qui intéressent directement les firmes et notamment le taux d'actualisation qu'elles emploient (on devrait employer) dans leurs calculs économiques. Et il est naturel de se demander d'abord si les entreprises doivent employer le même taux d'actualisation. La réponse à cette question amène à considérer deux ordres de difficultés, la première liée à l'existence de risques, la seconde à l'existence d'économies externes.

- Lorsqu'un investissement est sûr, rendement escompté et rendement effectif coïncident. Lorsqu'un investissement est risqué son rendement effectif peut être inférieur à son rendement escompté ; plus précisément, pour qu'un ensemble d'investissements présentant le même degré de risque fournissent en moyenne un rendement donné (au niveau national) il faut qu'ils présentent un rendement escompté supérieur à ce taux. Cela revient à dire que les entreprises devront majorer le taux d'actualisation qu'elles emploient dans leurs calculs en fonction du caractère risqué des investissements qui s'y rapportent.

- Certains investissements provoquent des effets qui n'entrent pas dans le calcul économique de l'agent qui les met en oeuvre. Pour calculer exactement le rendement de ces investissements il faudrait que ces effets leur soient rattachés. Si les conséquences de cette "internalisation des effets externes" peuvent être négligées pour les investissements du secteur privé, il est indispensable d'en tenir compte pour les investissements collectifs dont le principal rôle est précisément de fournir des économies externes. Ceci exige la mise en oeuvre de techniques d'évaluation permettant de calculer approximativement la productivité des équipements collectifs (routes, canaux, télécommunications etc...). Le traitement des équipements collectifs dans le modèle du Commissariat général du Plan ne constitue qu'un premier effort de réflexion dans ce domaine où il faudra pendant longtemps encore se contenter d'approximations assez larges. Le procédé d'évaluation retenu revient à distinguer les équipements entièrement productifs et à l'opposé ceux qui constituent entièrement une consommation collective et toutes les catégories intermédiaires, c'est-à-dire finalement à calculer une fraction productive de ces équipements. C'est à cette fraction seulement qu'il est cohérent d'appliquer le taux d'actualisation calculé, ce qui revient à appliquer à l'investissement total un taux d'actualisation plus faible. En conclusion, le taux d'actualisation ne constitue qu'une indication très partiellement utilisable pour les investissements collectifs parce que leur productivité n'est pas aisément évaluable (1).

Mais pour les investissements, à risque égal, des entreprises privées le taux d'actualisation qu'elles emploient doit être unique. Du moins c'est la situation vers laquelle il est souhaitable de tendre, sinon on pourrait améliorer la productivité moyenne du système productif par une réallocation des ressources.

---

(1) et aussi parce que le choix de certaines consommations collectives est un choix politique.



Enfin, ce taux unique est déterminé par le niveau de l'épargne globale qui résulte de l'arbitrage de la collectivité entre consommation présente et future. S'il est trop élevé les investissements décidés ne sont pas suffisants pour absorber toute l'épargne disponible. S'il est trop bas l'épargne totale est au contraire insuffisante pour financer tous les projets d'investissements retenus. On perçoit intuitivement et on peut démontrer rigoureusement (sous certaines hypothèses, de concurrence parfaite notamment) que le taux d'équilibre que doivent utiliser les entreprises privées pour leurs investissements non risqués est celui précédemment défini au niveau de l'économie globale (2).

Par conséquent, les taux de rentabilité observés en France pour les investissements du secteur privé constituent un ordre de grandeur du taux d'actualisation. Il faut tenir compte du fait que cette approximation est certainement par excès car les taux de rentabilité observés :

- intègrent une éventuelle prime de risque
- tiennent compte du glissement des prix, alors que le taux d'actualisation précédemment défini à partir de données en volume est calculé à prix constants
- ne s'appliquent qu'à la fraction directement productive des investissements, laissant de côté les investissements d'infrastructure générale dont la rentabilité est impossible à calculer.

---

(2) Voir par exemple, "capital theory and the rate of return" p.34, Solow, 1964

II - 2.- Compte tenu des précédentes remarques il ne faut pas s'étonner que les seuils de rentabilité que s'imposent nombre d'entreprises privées varient en France entre 15 et 30%. Mais la limite inférieure est intéressante à noter, d'autant qu'elle est confirmée par des comparaisons avec l'étranger.

Les calculs faits en U R S S à l'occasion de la réforme de 1965 ont montré qu'un seuil de rentabilité de 15 à 17 % était nécessaire pour respecter la limitation en capitaux disponibles. De même, on peut estimer à 17 ou 18 % le seuil de rentabilité que s'imposent les grandes entreprises américaines pour les investissements non risqués (construction d'une centrale électrique, par exemple).

De plus si l'on se réfère à la situation actuelle des besoins en capitaux on observe, qu'au coût actuel des capitaux à moyen terme (6 à 10%) les projets sont trop nombreux pour être tous satisfaits ; un rationnement est institué (calendrier des émissions d'obligations, contrôle du Crédit National etc...) pour répartir la pénurie. C'est donc que le taux d'actualisation est supérieur à ce niveau. De même le niveau du taux d'actualisation qui a été associé au 5ème Plan (7%) n'a pu être respecté puisque les besoins d'investissements publics (investissements d' E D F, investissements routiers notamment) ont du être rationnés par l'Etat à un niveau qui correspond à un taux d'actualisation implicite plus élevé.

### III - Les estimations du taux d'actualisation fournies par divers modèles

#### III. 1. Le Modèle de H. MASSE

Monsieur MASSE a présenté un modèle de croissance qui repose sur une fonction de production de type Cobb-Douglas avec progrès technique autonome.

$$Q = Ae^{\beta t} L^{\alpha} K^{1-\alpha}$$

Le taux d'actualisation est déterminé en cherchant le maximum d'une fonction objectif faisant intervenir une fonction d'utilité logarithmique et une procédure classique d'actualisation par l'intermédiaire du taux d'escompte psychologique  $\psi$  :

$$U = \int_0^{\infty} \psi e^{-\psi t} \log \frac{C}{L} dt$$

A partir d'une situation initiale donnée, on démontre qu'il existe une croissance qui vérifie la condition nécessaire d'optimalité, mais dans le cas général une telle croissance ne peut être qualifiée d'optimale car elle conduit soit à un gaspillage du capital en un temps fini (comportement de cigale) soit au contraire à une accumulation d'un capital qui ne sera jamais consommé (comportement de fourmi). Il existe cependant pour  $\psi$  donné, une seule croissance optimale qui est à long terme équilibrée, (elle tend asymptotiquement vers un régime exponentiel) mais il n'y a aucune raison pour que l'économie caractérisée par son capital et sa consommation soit située initialement sur ce chemin de croissance.

Le raisonnement qui permet de déterminer un taux psychologique puis un taux d'actualisation est alors le suivant : compte tenu de la situation initiale qui est une donnée de fait, l'application du critère d'optimisation doit être effectuée avec un taux  $\psi$  bien déterminé si l'on veut éviter que ce critère conduise à long terme à des types de croissance absurdes. Ce taux psychologique est tel que le chemin de croissance optimal qui lui correspond passe par la situation initiale. On démontre par ailleurs (1) que le taux d'intérêt implicite de l'économie défini comme la productivité marginale nette du capital, est lié au taux d'escompte psychologique par la relation :

$$a(t) = n_c^t + \psi$$

où  $n_c$  est le taux de croissance de la consommation au temps  $t$ .

(1) Cf. 1ère partie.

En régime exponentiel, atteint asymptotiquement, cette relation devient :

$$A = n + \Psi$$

### Résolution numérique du modèle

En prenant 1962 pour année de base et en utilisant les données utilisées pour le modèle du Commissariat Général du Plan (en incorporant notamment dans l'investissement  $I_0$  et le capital  $K_0$  une fraction "productive" des équipements collectifs), on trouve que l'évolution optimale ne peut se produire que pour  $\Psi = 10 \%$ , et de plus que le programme de croissance correspondant est proche du régime exponentiel asymptotique. Par conséquent, le taux d'intérêt varie peu au cours du temps. Précisément :

!-en 1962, $a_0 = n_c + \Psi = 16 \%$
!- asymptotiquement, $a = n + \Psi = 15 \%$

Il est évident que l'interprétation de ces résultats reste délicate puisque les hypothèses qui permettent de déterminer le taux  $\Psi$  sont très discutables. On observe cependant que des croissances correspondant à des taux différents impliqueraient des diminutions brutales de la consommation immédiate ne conduisant pas à des gains ultérieurs très élevés. Ceci permet de penser que la croissance la plus raisonnable correspond bien à un taux d'actualisation de l'ordre de 15 %.

### III - 2. Le modèle de variantes du C.E.R.M.A.P.

Le modèle du C.E.R.M.A.P. avait pour objectif général d'apprécier les conséquences de certaines politiques spécifiques, notamment celles d'une diminution de la durée du travail au cours du 5ème Plan. Il permettait d'aborder sous un angle théorique un grand nombre d'autres questions et particulièrement celle du choix d'un taux d'actualisation.

Le modèle est sectoriel (12 branches), distingue deux périodes de durées égales couvrant le 5ème Plan tout en tenant compte des effets à plus long terme des investissements par l'intermédiaire de leur valeur résiduelle. Le processus de production est représenté dans le modèle par deux techniques de production à chaque période ; chaque technique est caractérisée par des coefficients d'input-output, des coefficients de capital et de productivité.

En première période, ce sont :

- une technique moyenne correspondant à l'esquisse de référence dont la production est limitée par les capacités installées avant le début du Plan.
- une technique de "surchauffe" dont la production n'est pas limitée par des capacités mais par la rareté de la main-d'oeuvre.

En seconde période, ce sont :

- la technique moyenne
- la technique moderne, caractérisée par un coefficient de capital et une productivité de la main-d'oeuvre plus élevés que dans la technique moyenne.

A chaque période la main-d'oeuvre est répartie en 3 secteurs : Agriculture, Industrie, Services et Commerces. Le modèle est un programme linéaire, dont les variables duales s'interprètent comme des prix. Les contraintes sont essentiellement celles exprimant les limitations de la production par la capacité des équipements et de la main-d'oeuvre. La fonction objectif  $Z$  est la somme actualisée (en seconde période) des consommations et des valeurs résiduelles des capacités de production :

$$Z = (1+a) t_1 + t_2 + \sum_i M U(a) f_i$$

$a$  : taux d'actualisation

$M_i(a)$  : = valeur résiduelle (fonction de  $a$ ) attachée à la capacité unitaire installée en branche  $i$

$f_i$  = capacité installée en branche  $i$

$t_1, t_2$  ; consommation des ménages en 1ère et 2ème périodes

Cette fonction n'est pas linéaire en  $a$ , à cause des fonctions  $M_i(a)$  non linéaires.

La détermination du taux d'actualisation est alors le sous-produit d'une difficulté inhérente au modèle.

Si l'on se fixe le taux d'actualisation (par exemple 8 %) on peut tenter d'ajuster le modèle sur une esquisse de référence construite de manière discrétionnaire avec des coefficients de la technique moderne calculés indépendamment et des paramètres de la fonction objectif calculés en fonction de  $a = 8\%$ . En fait l'ajustement n'est pas parfait, car, avec ce taux de 8 %, l'optimisation conduit à l'utilisation de la technique moderne en 1ère période dans les branches agriculture et transport qui ont une productivité de la main-d'oeuvre très faible; il est donc avantageux qu'elles utilisent des techniques modernes plus capitalistes qui leur permettent d'augmenter la consommation en deuxième période au détriment de la consommation en première période. C'est à cause de cela que l'ajustement n'est pas parfait et surtout qu'il existe un écart important entre les variables duales associées et les prix de compte qui ont permis le calcul des coefficients de la technique moderne <sup>(1)</sup>. Pour parfaire l'ajustement il faut augmenter  $a$  pour "chasser" la technique moderne en première période. Au terme d'un calcul itératif la technique moderne disparaît de la première période pour  $a = 14\%$ .

Il serait cependant dangereux de voir dans ce taux le taux d'actualisation associé au Vème Plan. Ce taux est lié aux productivités de la technique

---

(1) si la technique moderne était définie à partir des prix duaux, la technique moderne serait toujours équivalente à la technique moyenne et le taux d'actualisation serait indéterminé.

moderne qui sont par ailleurs arbitrairement définies (elles correspondent à la projection exponentielle en 1973,5 des ~~tronds~~ ~~tronds~~ passés) et de plus est très sensible aux variations de ces productivités. On peut cependant penser que le taux d'actualisation doit être compris entre 10 et 15 % ce qui confirme que le taux de 8 % est trop faible.

### III. 3 - Le modèle de développement et le système de prix de référence associé de la S.E.D.E.S.

Le modèle S.E.D.E.S. avait pour objectif de fournir un système de prix de référence constitué par les variables duales d'un programme linéaire ajusté sur le 4ème Plan, dans lequel on cherche à rendre maximale la consommation intérieure de structure donnée. La fonction de production résulte de l'agrégation des fonctions de production des branches, aux niveaux de production correspondant à la solution du programme linéaire (la linéarité du programme correspond à des fonctions de production dans chaque branche à facteurs complémentaires définies par leurs coefficients marginaux de capital et de main-d'oeuvre). La variable duale correspondant à la limitation de l'investissement mesure l'efficacité marginale du capital pour la période initiale. En associant à la solution du modèle pour cette période (solution qui se ramène en fait au choix de l'investissement net initial) un programme de croissance qui redonne le cheminement annuel suivi pendant la période du Plan on trouve qu'il est nécessaire de faire croître l'investissement net annuel à un taux constant, si l'on veut que ce programme soit efficace (c'est-à-dire qu'aucun autre programme réalisable, vérifiant les mêmes conditions initiales ne lui soit préférable). On vérifie alors que la productivité marginale  $i$  du capital, constante puisque la fonction de production globale peut s'écrire :

$$Q(t) = Q(0) + (K(t) - K(0))i + L(t) - L(0)$$

est égale au taux d'actualisation associé au processus de croissance correspondant au choix de l'investissement retenu pour la période initiale. La productivité marginale du capital est donc identique au taux d'actualisation associé à la croissance. Le modèle fournit des taux voisins de 15 %. La sensibilité de ce résultat aux divers paramètres du modèle n'est pas très grande mais par ailleurs la méthode assez schématique qui a été employée n'avait d'autre ambition que de fournir des ordres de grandeur.



IV - LE CALCUL DU TAUX d'ACTUALISATION A l'AIDE DU MODELE DU COMMISSARIAT GENERAL DU PLAN -

IV. 1.- Principe de la méthode

Le modèle utilisé décrit le développement économique à long terme à l'aide de fonctions de production à facteurs substituables pour 5 branches (agriculture, industries de base, industries de bien d'équipement, industries manufacturières, services).

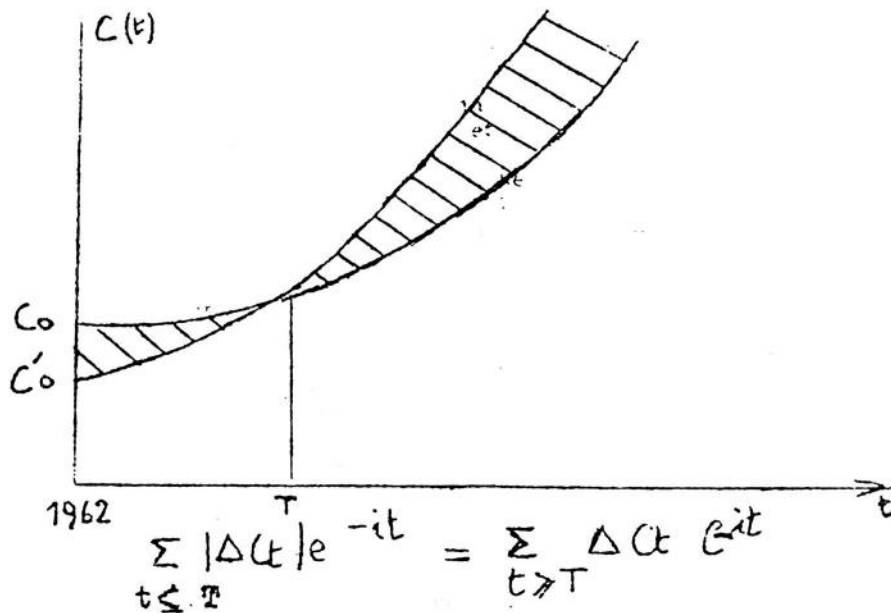
Il s'agit d'un modèle de simulation utilisant les données (productivités, emplois, structures d'investissement et de consommation) du passé récent (depuis 1962), du 5<sup>o</sup> Plan (1970) et de l'esquisse 1985 complétée par certains travaux spécifiques. Avec ces données, le modèle permet de retrouver les chiffres du Plan pour 1970 et ceux de l'esquisse 1985, ces derniers étant améliorés car ils profitent d'un plus haut degré de cohérence.

Si les calculs sur ce schéma sectoriel sont assez complexes et nécessitent évidemment l'emploi d'un ordinateur, le principe de la méthode est simple et peut être exposé sur un modèle global.

Le Plan et la projection 1985 correspondent au choix d'un certain programme de croissance, c'est-à-dire au choix, à chaque époque, des valeurs prises par les différentes grandeurs économiques (consommation, investissement productif, logement etc...). Il existe en particulier un certain programme C (t) de consommation des ménages associé à ces projections. Si ce programme a été choisi, de préférence à un autre où l'on consommerait d'abord moins pour accumuler du capital et accroître la consommation future, cela signifie implicitement que la collectivité n'estime pas rentable un effort supplémentaire d'épargne. Il existe donc un taux d'actualisation  $i$

../...

implicitement associé à ce programme tel que les pertes immédiates en consommation actualisées à ce taux deviennent égales aux gains futurs actualisés.



Remarquons que le modèle n'envisage pas le développement sur une période infinie. Cependant les difficultés que devrait entraîner la prise en compte du capital final sont éludées d'une part parce que le modèle, fonctionnant en simulation, fournit une valeur raisonnable du capital final et d'autre part parce que la période finale peut être arbitrairement éloignée. En fait les calculs ont été menés sur des périodes de 30 ou 60 ans.

La démarche à suivre pour déterminer le taux d'actualisation est ainsi la suivante :

- 1.- Caractériser le programme de consommation du Plan
- 2.- Calculer le programme de consommation correspondant à un effort marginal d'investissement. C'est cette phase qui exige l'utilisation d'un modèle redonnant le programme du Plan et fournissant le programme voisin correspondant à un investissement plus important.
- 3.- Calculer le taux  $i$  qui rend égaux les bilans actualisés de ces deux programmes voisins.

Avant d'exposer les résultats de cette démarche il importe d'analyser une difficulté liée au caractère relativement schématisé des fonctions de production.

## 2.- Les diverses conceptions possibles de l'investissement

On sait que, dans une fonction de production, l'investissement affecte la croissance de la manière suivante : le potentiel productif, ou "capital", s'accroît chaque année de l'investissement net et cette croissance explique une fraction de la croissance de la production.

2. 1.- Encore faut-il savoir ce qu'est l'investissement : la conception précédente montre qu'il faudra qualifier d'investissement toute quantité de biens ou services produite une année donnée aux fins d'augmenter la production durant les années à venir.

Une telle définition englobe tout d'abord l'ensemble des investissements productifs au sens large : recherches et gros entretien de matériel inclus. Les dépenses de mise en stock ne semblent pas être directement productives et ont été exclues de l'investissement. Faut-il englober également le logement et les équipements collectifs ?

En ce qui concerne le logement, la construction d'habitations permet un niveau de vie plus élevé mais n'augmente pas le potentiel productif si ce n'est par le biais de la comptabilisation dans la Production Intérieure Brute, des services du logement. On a préféré traiter cette branche "logement" de façon exogène de sorte que les dépenses logement n'ont alors plus de répercussion directe sur l'évolution de la production future. Par contre, on peut les considérer comme un investissement indirectement nécessaire à la croissance dans la mesure où elles conditionnent l'implantation des industries et favorisent la mobilité des travailleurs.

Le problème est encore plus délicat pour les investissements collectifs, à la fois parce qu'ils sont de nature intermédiaire entre consommation et investissement productif et parce que les services qu'ils rendent sont comptabilisés en général, non dans la Production Intérieure Brute, retenue dans le modèle comme indice d'activité, mais dans le Produit National Brut. C'est ainsi qu'une route sert à la fois à la promenade (aspect consommation) et au transport des marchandises (aspect investissement), mais ces services ne figureront plus, une fois la dépense faite, dans l'activité nationale telle que la définit la P I B.

Or il faut être conscient du fait que le taux d'actualisation calculé par la méthode précédente va varier considérablement selon que certains équipements seront catalogués "consommation" ou "investissement". Si, par exemple, on ne retient pour investissement national que l'investissement productif, la croissance définie par le Plan sera expliquée par le seul capital productif. Si on retient pour investissement national l'ensemble des investissements productifs, logement et collectifs, la même croissance sera définie par un capital beaucoup plus élevé et, en conséquence, un effort d'investissement donné sera beaucoup moins "payant" dans la seconde conception que dans la première parce que l'augmentation relative du capital sera faible.

Il est donc indispensable d'évaluer la fraction d'investissements collectifs qu'il est raisonnable de considérer comme productifs et pour cela il convient de considérer comme productif tout investissement qui permettra d'augmenter directement ou indirectement la P. I. B. ce qui conduit à retenir un double critère :

- investissement qui fait naître des consommations ultérieures facturées dans la P. I. B. : les hôpitaux sont productifs puisque le secteur Santé figure dans la P. I. B., les dépenses d'adduction d'eau, ou de forêts ne le sont pas parce que facturées comme ventes des administrations hors de la P. I. B. ;
- investissement qui est un complément indispensable aux investissements productifs des entreprises pour que les capacités créées puissent fonctionner : infrastructures de transport pour ce qui concerne le trafic affaires ou marchandises.

Comme le modèle précédent exclut la branche logement (exogène), l'investissement logement n'est productif que dans une mesure indirecte qui a été négligée et il reste à examiner le cas des investissements jusqu'ici considérés comme non productifs : équipements collectifs, C. E. A., Institutions Financières, en tenant compte du fait que les effets productifs de certains investissements (éducation par exemple) ne se font sentir qu'à long terme. Le détail des hypothèses faites et des calculs figure en annexe et l'on se bornera ici à donner le résultat global obtenu :

Fraction productive des équipements collectifs : 47% en 1962

Insistons sur le fait que cette fraction est inférieure à 1 pour deux raisons :

- une part des équipements collectifs n'est pas productive :
- une part productive l'est souvent à long terme si bien qu'en 1970 arrivent à "maturation" des investissements antérieurs qui ne sont, compte tenu de la croissance générale, qu'une fraction du niveau atteint en 1970.

Les mêmes calculs faits pour 1970 et 1985 amènent à ajouter aux investissements productifs, stricto sensu, une nouvelle masse d'investissements définie par le tableau suivant :

INVESTISSEMENTS PRODUCTIFS au sens large

Milliards de F. 1959

	1962	1970	1985
Investissements collectifs	9,9	19,8	52,3
Part productive	47 %	49,3 %	51 %
Investissements productifs nouveaux $\Delta I$	4,6	9,8	27,2
Investissements productifs stricto sensu $I$	39,3	58,3	109,5
Investissement productif au sens large $I + \Delta I$	43,9	68,1	136,7

2. 2.- Une autre difficulté se rattache au traitement du progrès technique. Ce dernier peut-être traduit par un trend autonome, auquel cas il se manifeste même en l'absence d'investissement.

Ce faisant on sous-estime l'efficacité de l'investissement et, par là-même le taux d'actualisation.

A l'autre extrême, on peut considérer que le progrès technique est incorporé à l'investissement, c'est-à-dire ne se manifeste que s'il y a investissement. On aura ainsi une estimation par excès du taux d'actualisation. Dans ce second cas, le progrès technique intervient dans l'équation d'accumulation du capital et non plus dans la fonction de production. Nous sommes ainsi conduits à examiner les résultats fournis par ces deux types de modèles.

### 3.- Résultats des deux modèles

Dans les deux cas, les données de main-d'oeuvre sont celles définies par les perspectives démographiques établies pour 1985 ; les données de demande finale exogène prennent en compte le logement et la fraction d'investissements collectifs précédemment évaluée, qui est considérée comme improductive.

3. 1.- Pour le modèle global avec progrès technique autonome, les données de la fonction de production sont ajustées pour permettre de retrouver les perspectives de croissance du Plan et des projections pour 1985. En fait, on a utilisé pour calculer  $\alpha$  et  $\beta$  à la fois cet ajustement statistique sur 1962, 1970 et 1985 et une évaluation économique directe de  $\alpha$  d'après la part des revenus du travail dans la production.

Le capital initial comprend outre le capital productif une fraction des équipements collectifs. Il peut être évalué d'une manière directe en utilisant les travaux de Messieurs Berthet, Carre, Dubois et Malinvaud ou d'une manière approximative en supposant que l'investissement a augmenté au même rythme dans le passé.

Les données du modèle global sont résumées dans le tableau ci-après. Le calcul du taux d'actualisation a ensuite été fait en comparant pertes et gains de consommation, d'après la méthode générale. Un effort marginal d'investissement porte ses fruits après 9 ans environ et le taux d'actualisation correspondant est

$i$	$\doteq$	8,4 %	si on limite l'horizon à 30 ans
$i$	$=$	10,9 %	si on limite l'horizon à 60 ans

Modèle 1 : Progrès technique autonome

## RESULTS

$$\frac{Y_t}{Y_0} = e^{\beta t} \left( \frac{L_t}{L_0} \right)^\alpha \left( \frac{K_t}{K} \right)^{1-\alpha}$$

$$K_{t+1} = (1-d) K_t + s_t Y_t$$

$$C_t = (1-s_t) Y_t - G_t$$

Années	CONSOMMATION $C_t$		
	PLAN ( $s_t$ donné)	VARIANTE ( $s_t + 1\%$ )	ECART
1962	190,9	188,1	- 2,8
1964	211,0	208,9	- 2,1
1966	230,7	229,2	- 1,5
1968	252,7	251,9	- 0,8
1970	274,4	274,2	- 0,2
1972	299,3	299,8	+ 0,5
1974	328,1	329,1	+ 1,0
1976	357,4	359,1	+ 1,7
1978	391,1	393,3	+ 2,2
1980	429,4	432,1	+ 2,7
1982	469,3	472,7	+ 3,4
1984	513,1	517,1	+ 4,0
1985	536,2	540,5	+ 4,3
1986	560,4	565,0	+ 4,6
1988	610,1	615,4	+ 5,3
1990	665,2	671,2	+ 6,0
2000	1 028,4	1 038,7	+10,3

DONNEES			
$\alpha$	=	0,72	
$\beta$	=	2,95 % par an	
d	=	5,5 % par an	
K (o)	=	375 milliards de F. 1959	
Y (c)	=	281,9 milliards de F. 1959	

Années	$L_t$	$s_t$	$G_t$
1962	16,02	15,5 %	47,3
1964	16,20	15,7 %	51,2
1966	16,32	15,9 %	57,2
1968	16,19	16,1 %	59,8
1970	16,01	16,3 %	63,8
1972	15,94	16,5 %	68,1
1974	15,96	16,7 %	72,6
1976	15,89	16,9 %	77,6
1978	15,88	17,1 %	82,4
1980	15,87	17,2 %	86,5
1982	15,89	17,3 %	93,2
1984	15,89	17,4 %	99,3
1986	15,88	17,5 %	106,0
1988	15,87	17,5 %	116,0
1990	15,87	17,5 %	125,6
> 1990	15,87	17,5 %	taux de croissance de 7%

Taux d'actualisation

i =	8,4 %	sur 30 ans
i =	10,9 %	sur 60 ans

Il est normal que le taux d'actualisation s'accroisse au fur et à mesure que l'horizon s'éloigne puisque pour égaler les mêmes sacrifices initiaux à des gains de consommation croissants, il faut des taux de plus en plus forts.

Les calculs ont été faits également avec le modèle sectoriel, avec une structure de consommation donnée entre les divers produits. Le résultat est à peu près identique à celui du modèle global.



3. 2.- Lorsque le progrès technique est incorporé à l'investissement, celui-ci doit être réévalué à chaque période (1). Il faut aussi comptabiliser le capital initial à une valeur plus faible puisque les investissements passés "valent" techniquement moins que les investissements présents. En supposant que les investissements passés ont crû au taux  $a$

$$I = I_0 e^{at}$$

En cas de progrès technique autonome

$$\dot{K} = -d \cdot K + I$$

d'où 
$$K_0 = \frac{I_0}{a + d}$$

En cas de progrès technique incorporé

$$\dot{K} = -d \cdot K + I_0 \mathcal{E}^t$$

d'où 
$$K'_0 = \frac{I_0}{a+d+\mathcal{E}}$$

En définitive

$$K' (0) = \frac{a + d}{a + d + \mathcal{E}} K (0)$$

En prenant pour le passé  $a = 6\%$ ,  $d = 5,5\%$  et  $\mathcal{E} = 10\%$ , on obtient l'ordre de grandeur suivant

$$K' (0) \simeq 200 \text{ milliards}$$

En fait, l'investissement n'a pas crû à rythme constant ; il s'est accéléré dans le passé récent si bien que le capital a une valeur plus élevée ; le modèle donne la même croissance de référence que celle du Plan et de l'horizon 1985 pour :

$$\mathcal{E} = 10\% \text{ et } K' (0) = 223 \text{ milliards}$$

Le taux d'actualisation peut alors se calculer par application de la méthode générale :

---

(1) Il faut réévaluer l'investissement dès l'année 0 puisque l'investissement initial forme le capital de l'année 1.

Modèle 1 bis :

progrès technique incorporé

$$\frac{Y_t}{Y_0} = \left( \frac{L_t}{L_0} \right)^\alpha \left( \frac{K_t}{K_0} \right)^{1-\alpha}$$

$$K_{t+1} = (1-d) K_t + e \epsilon^t s_t Y_t$$

$$C_t = (1 - s_t) Y_t - G_t$$

D O N N E E S

$$\alpha' = \alpha = 0,72$$

$$\epsilon = \frac{\beta}{1-\alpha} = 10\% \text{ par an}$$

$$d' = d = 5,5\% \text{ par an}$$

$$K^t(0) = 223 \text{ milliards}$$

$$Y^t(0) = Y(0) = 281,9 \text{ milliards}$$

$$\begin{array}{l} L^t \quad ) \\ s^t \quad ) \text{ comme pour modèle 1} \\ G^t \quad ) \end{array}$$

Taux d'actualisation

$$i = 15,4\% \text{ sur } 30 \text{ ans}$$

$$\lambda = 16\% \text{ sur } 60 \text{ ans}$$

On est donc amené à définir une plage pour le taux d'actualisation :

- 9 % si l'on considère que les gains de productivité ont lieu même sans effort d'investissement.
- 15 % si l'on considère que les gains de productivité ne peuvent avoir lieu qu'au moyen d'un effort d'investissement.

La réalité économique est très vraisemblablement intermédiaire entre ces deux extrêmes et, faute d'information plus précise sur le mécanisme des gains de productivité, il paraît prudent de proposer le chiffre moyen de cette fourchette.

En conclusion, l'ensemble des travaux décrits conduit à proposer de retenir comme taux d'actualisation du Plan la valeur.

$i$	=	12 %
-----	---	------

