

Evaluation d'une infrastructure avec prise en compte du risque « au numérateur »



**Illustration pour la Commission présidée par Emile Quinet
Centre d'Analyse Stratégique**

Département Analyse Stratégique, Innovation et Développement Durable
13-059, 19 juin 2013

- La présentation qui suit repose sur une infrastructure de transport autoroutière hypothétique, baptisée « actif A »
- But de la démarche : tester concrètement la méthode théorique de valorisation recommandée par les derniers travaux académiques
 - Valeur Actualisée Nette (plutôt que Taux de Rentabilité Interne ou multiples...)
 - Valeur financière et extra-financière (monétarisation, si possible, des effets socio-économiques)
 - Valeur corrigée du risque *via* la corrélation des *cash flows* au PIB (approche d'investisseur quasi public / rapport Gollier)
- Intérêt de l'actif A : vérifier l'intuition sur la protection offerte contre le risque inflationniste par l'indexation des péages autoroutiers
- Les travaux résumés ici ont été réalisés en 2012

- 1. Méthode de valorisation**
- 2. Modélisation du risque macroéconomique**
- 3. Résultats**
- 4. Extension : taux d'actualisation sans risque endogène**

Evaluation de l'actif A

1. Méthode de valorisation

1. Calcul de l'équivalent certain = méthode « au numérateur »

■ Formulation mathématique

Coefficient d'aversion au risque

Corrélation des *cash flows* au PIB

$$VAN = \sum_{t=0}^T \left(E(X_t) - \gamma \frac{\text{cov}(X_t, \text{PIB}_t)}{E(\text{PIB}_t)} \right) \left(\frac{1}{1+r} \right)^t$$

Taux d'actualisation réel sans risque de 3 %

Equivalent certain du cash flow

■ Hypothèses

- Sur le projet : impact marginal par rapport au PIB (tant en espérance qu'en aléa)
- Sur l'investisseur
 - Investisseur quasi public (l'intérêt du projet est estimé via son impact sur le PIB ~ le revenu national), ou
 - Investisseur doté d'un portefeuille dont la composition reflète le PIB, ou
 - Investisseur traduisant les préférences de l'agent représentatif français

■ Paramètres clefs : $\gamma = 2$ (rapport Gollier) ; $r = 3\%$ (Caisse des Dépôts)

1. Lien avec la méthode « au dénominateur »

- **Formulation mathématique de la méthode « au dénominateur »**
(= celle souvent suivie en pratique, notamment par les évaluateurs privés)

$$VAN = \sum_{t=0}^T (E(X_t)) \left(\frac{1}{1+r} \right)^t$$

← Taux d'actualisation nominal
« intégrant le risque » de 8,5 %

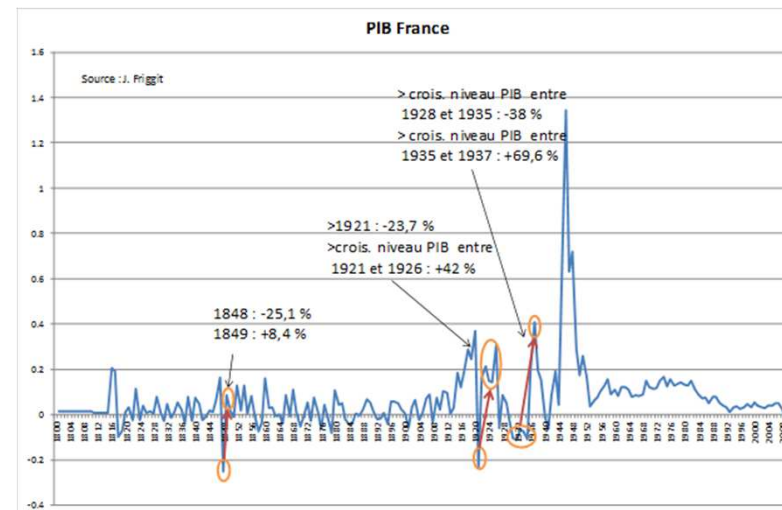
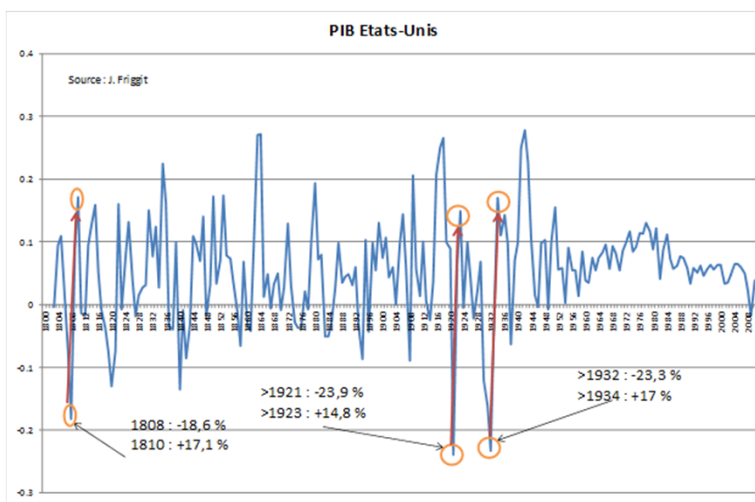
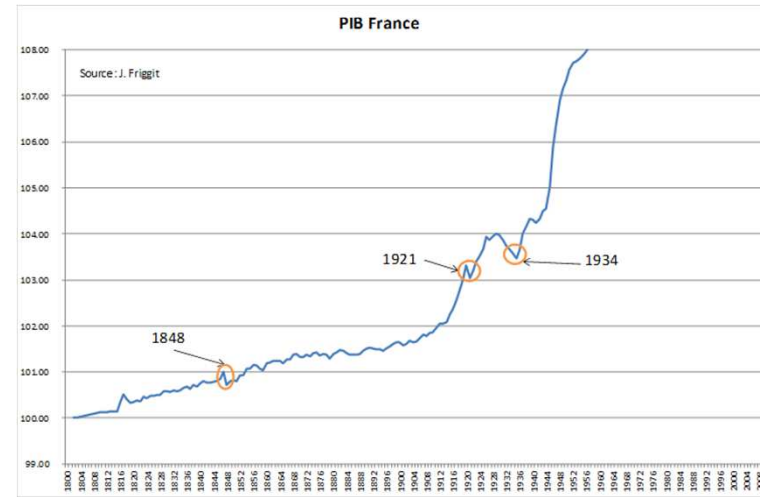
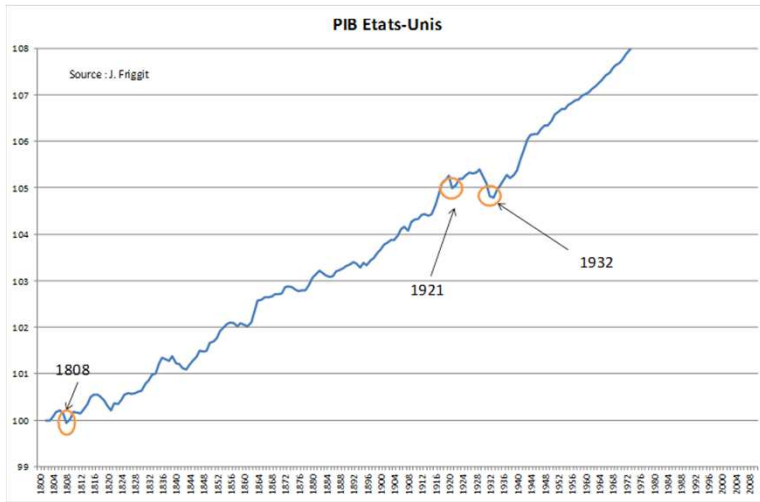
- Cette seconde méthode se déduit de la précédente en ajoutant des **hypothèses supplémentaires** sur les risques
 - L'aléa sur le PIB doit être petit, ou
 - L'aléa sur le PIB et l'aléa sur le projet doivent prendre la forme de risques gaussiens portant sur leur taux de croissance et constants dans le temps
- **Ces hypothèses sont inadaptées à l'investisseur Caisse des Dépôts**
 - En pratique : si ces hypothèses étaient vérifiées la prime de risque de marché serait très faible (~ 1 % au maximum contre 3 à 4 % constatés)
 - En théorie : probabilité de choc macroéconomique « extrême » (risque fort actuellement), changements de régime (sûrs à long terme)...

⇒ **On préfère donc la méthode « au numérateur »**

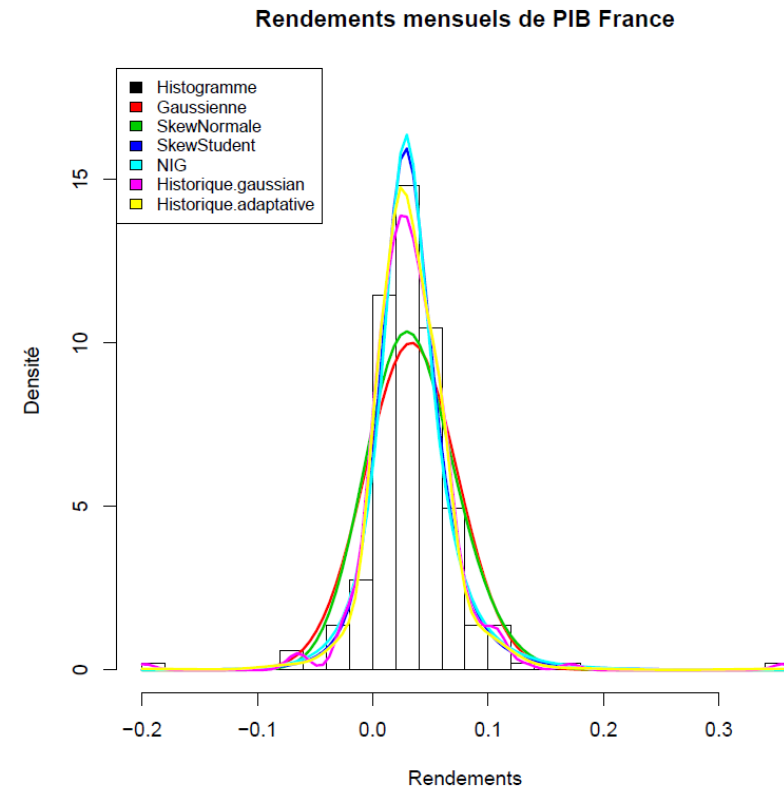
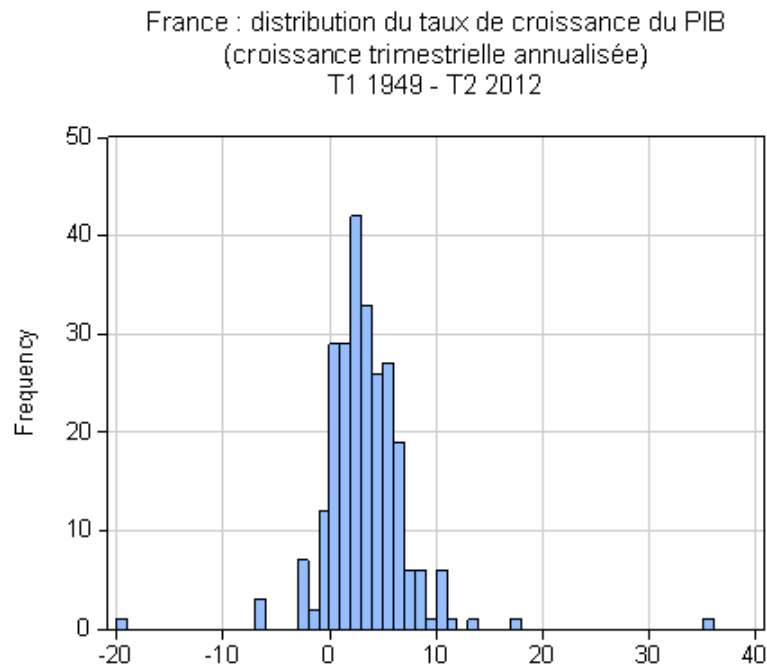


Caisse
des Dépôts

1. A long terme, l'hypothèse du petit aléa sur le PIB et l'hypothèse du taux de croissance gaussien sont fausses



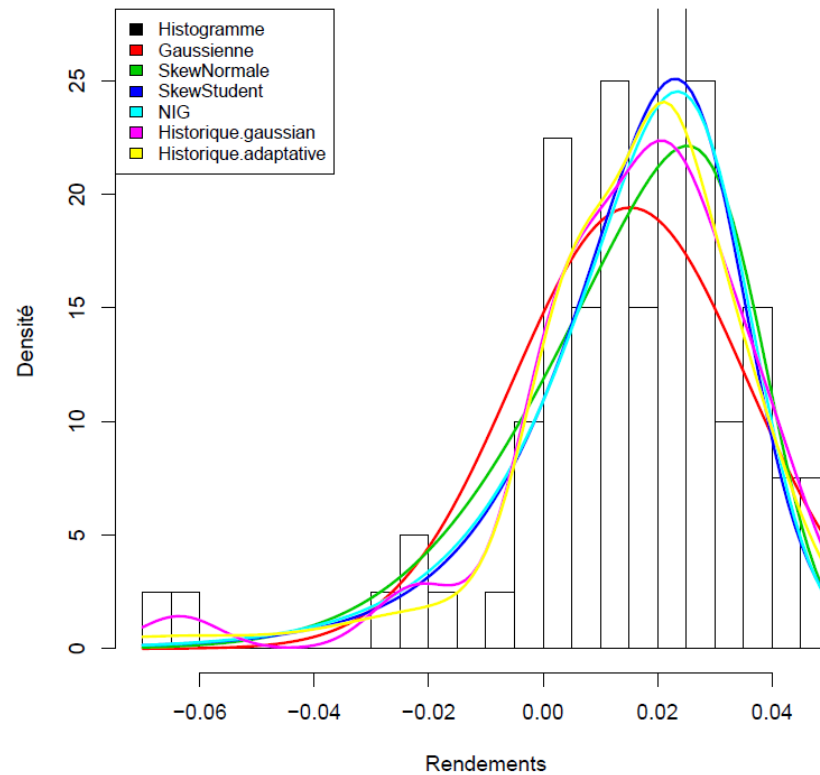
1. L'hypothèse gaussienne est rejetée pour le taux de croissance en France sur la période 1949-2012



Loi recommandée : Skew T

1. Idem sur la période 1992-2012

Rendements mensuels de PIB France



Loi recommandée : NIG

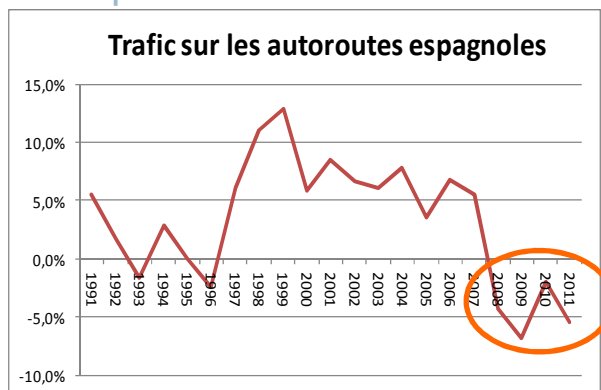
1. La loi gaussienne est aussi prise en défaut sur les flux engendrés par les actifs d'infrastructure (approchés ici par les trafics)

Aéroport d'Orly (1986-2011)

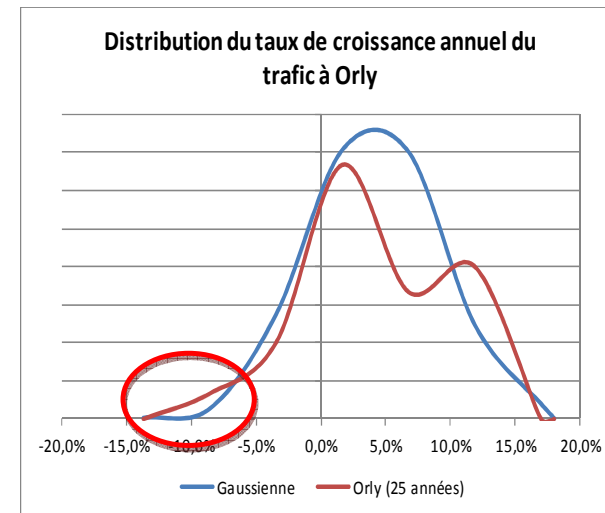
- Des chutes de 10 % sur une seule année
- Des baisses durables en niveau : celui de 1985 n'a toujours pas été retrouvé en 2012 après un creux à -20 % en 2002

Autoroutes espagnoles

- Au total, -20 % sur 4 ans (2008-2011)
- Sur certains réseaux, une baisse de 17 % au premier semestre 2012



Source : gouvernement espagnol



Source : DASIDD, DGAC

En Espagne, les faillites d'autoroute se succèdent

Depuis début 2012, six autoroutes à péage ont fait faillite en Espagne, à cause de la baisse du trafic, les automobilistes se reportant vers le réseau gratuit.

Il n'y a vraiment que les touristes pour prendre l'AP-41 de Madrid à Tolède. Car cette autoroute payante dispose d'une jumelle, certes congestionnée mais parfaitement gratuite, la A-42, pour faire exactement le même chemin. La crise économique, qui pousse les Espagnols à fuir ce genre de petit luxe, a eu raison, en mai dernier, de l'AP-41. Première autoroute espagnole à demander le redressement judiciaire, elle a depuis été suivie sur ce chemin par

cinq autres autoroutes à péage : l'AP-36 entre Ocaña et La Roda, la R-3 (Madrid-Arganda), la R-4 (entre la M-50 et Ocaña), la R-5 (Madrid-Navalcarnero) et l'autoroute entre Cartagena et Vera.

« L'autoroute AP-36 s'est vue directement affectée par des facteurs extérieurs, comme la réduction substantielle du trafic prévu, la crise économique ou l'augmentation de capacité des voies alternatives, qui rendent impossible d'honorer divers engagements de paiement envers les établissements financiers », a expliqué le groupe espagnol de BTP Ferroviario, actionnaire indirect de l'AP-36, la dernière à avoir sollicité le redressement judiciaire avec une

dette de 522 millions d'euros. Cette autoroute a vu son trafic chuter de 16,8 % au premier semestre. De même, il s'est réduit de 19,1 % sur l'AP-41, de 18,3 % sur la R-3 et de 16,8 % sur la R-5. Les sociétés concessionnaires de ces deux radiales présentent un passif conjoint légèrement supérieur à 2 milliards d'euros.

-16,8 %

La baisse de trafic au premier semestre sur l'AP-36, en redressement judiciaire.

Ces faillites sont l'une des manifestations de l'explosion de la bulle des années 2000, période durant laquelle des infrastructures ont été bâties à tour de bras, sans que la viabilité de certains projets soit correctement évaluée. Pour ce qui est des autoroutes à péage, les prévisions de trafic ont souvent été surestimées et les coûts d'expropriation sous-estimés, au même moment où le réseau gratuit continuait son développement. La crise a achevé de les précipiter dans le gouffre : le trafic de l'ensemble du réseau autoroutier espagnol a baissé de près de 30 % depuis 2007.

JESSICA BERTHEREAU
CORRESPONDANT À MADRID

Evaluation de l'actif A

2. Modélisation du risque macro-économique

2. Risque non diversifiable : risque macroéconomique

- Le risque est modélisé en utilisant des **scénarios macroéconomiques probabilisés** (≠ Monte Carlo)
- Deux jeux de scénarios macroéconomiques ont été successivement testés :
 - Un **1^{er} jeu de scénarios** dits « **simples** » et **statiques** (inflation et taux de croissance du PIB **constants** sur toute la période)
⇒ *présentation à titre d'illustration seulement*
 - Un **2nd jeu de scénarios** plus « **réalistes** » décrivant des chocs macroéconomiques **dynamiques** (choc pétrolier, déflation)
⇒ *jeu de scénarios retenu en pratique*
- Chaque jeu de scénarios est composé d'un scénario central et de variantes. La probabilité du scénario central est toujours la plus forte.
- Au cours de **tests de sensibilité**, on fait **varier les probabilités** des différents scénarios et on observe l'effet sur la valorisation totale.

2. Le premier jeu de scénarios « statiques »

	Taux de croissance du PIB réel	Taux d'inflation	Probabilité du scénario
scénario bas	1,0 %	1,75 %	25 %
scénario central	1,5 %	2,00 %	50 %
scénario haut	2,0 %	2,25 %	25 %

2. Le second jeu de scénarios « dynamiques »

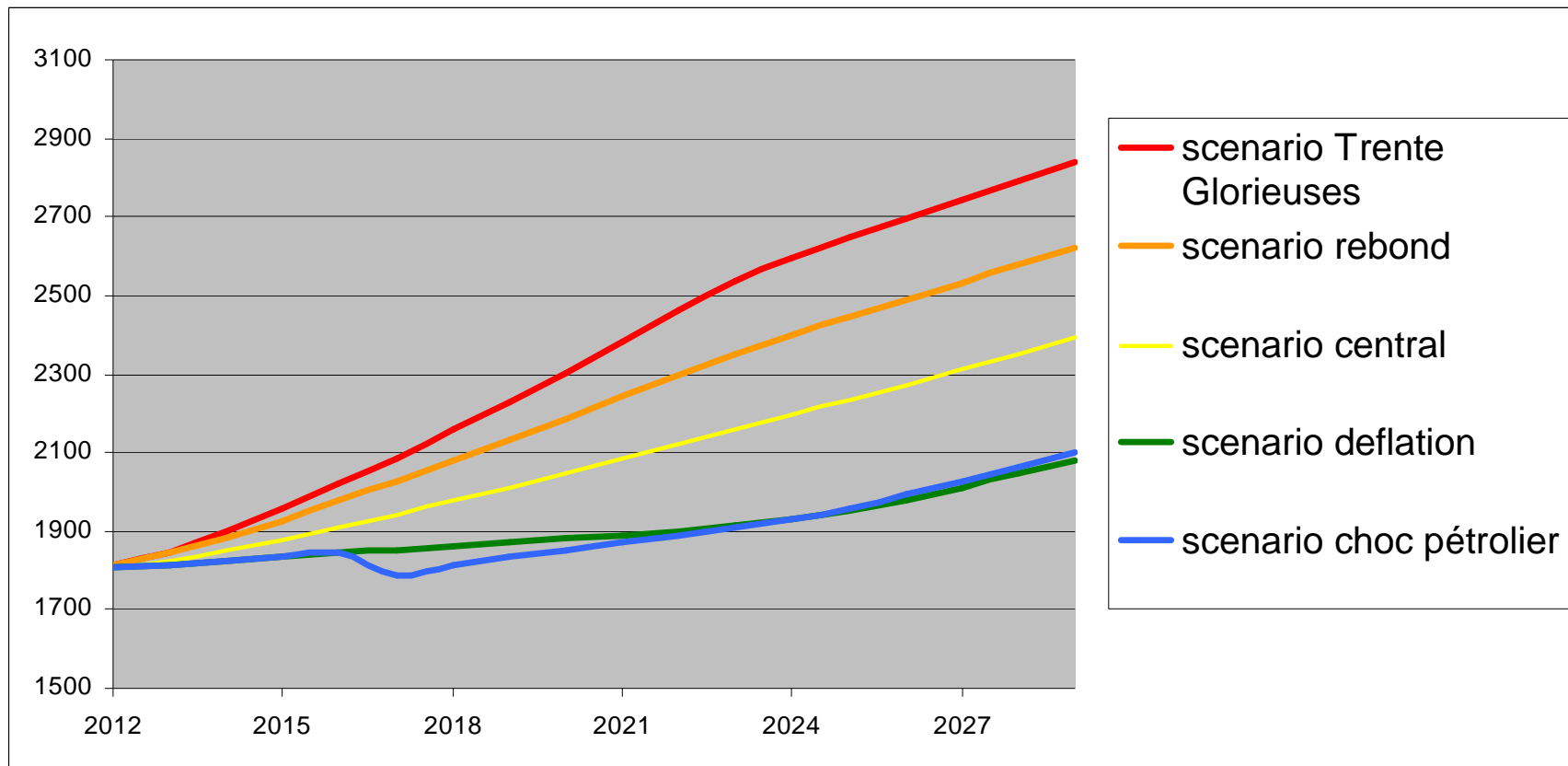
- Une vision plus réaliste des risques avec des chocs économiques
- Des évolutions différenciées d'inflation et de PIB permettant de traduire les 4 cas extrêmes

	Inflation forte	Inflation faible
Croissance forte	<p>Trente Glorieuses probabilité : 12,5 %</p>	<p>Rebond probabilité : 12,5 %</p>
Croissance faible	<p>Choc pétrolier probabilité : 12,5 %</p>	<p>Déflation probabilité : 12,5 %</p>

scénario central
probabilité : 50 %

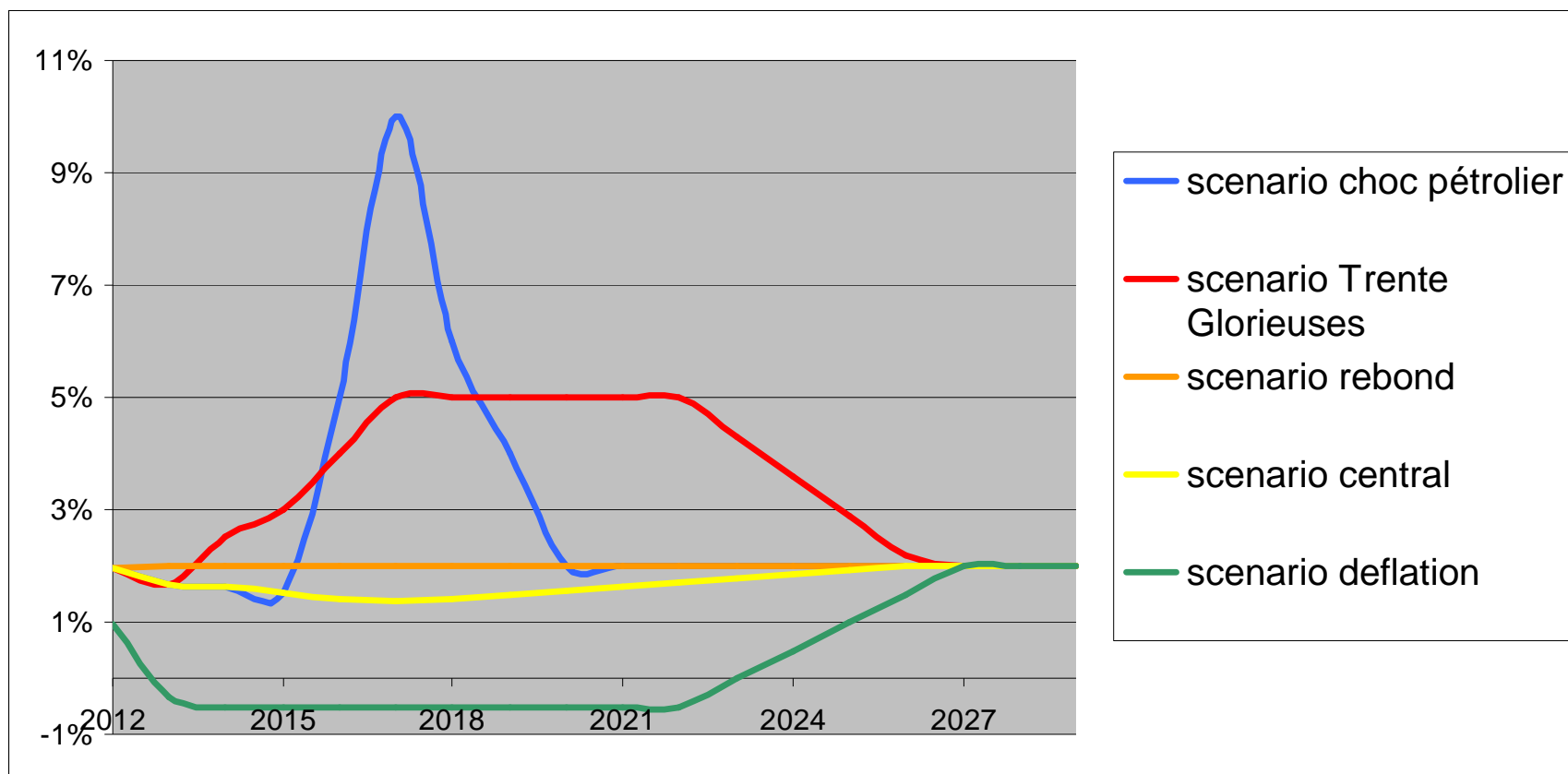
2. Risque sur le PIB réel

Evolution du PIB réel en milliards d'euros 2012



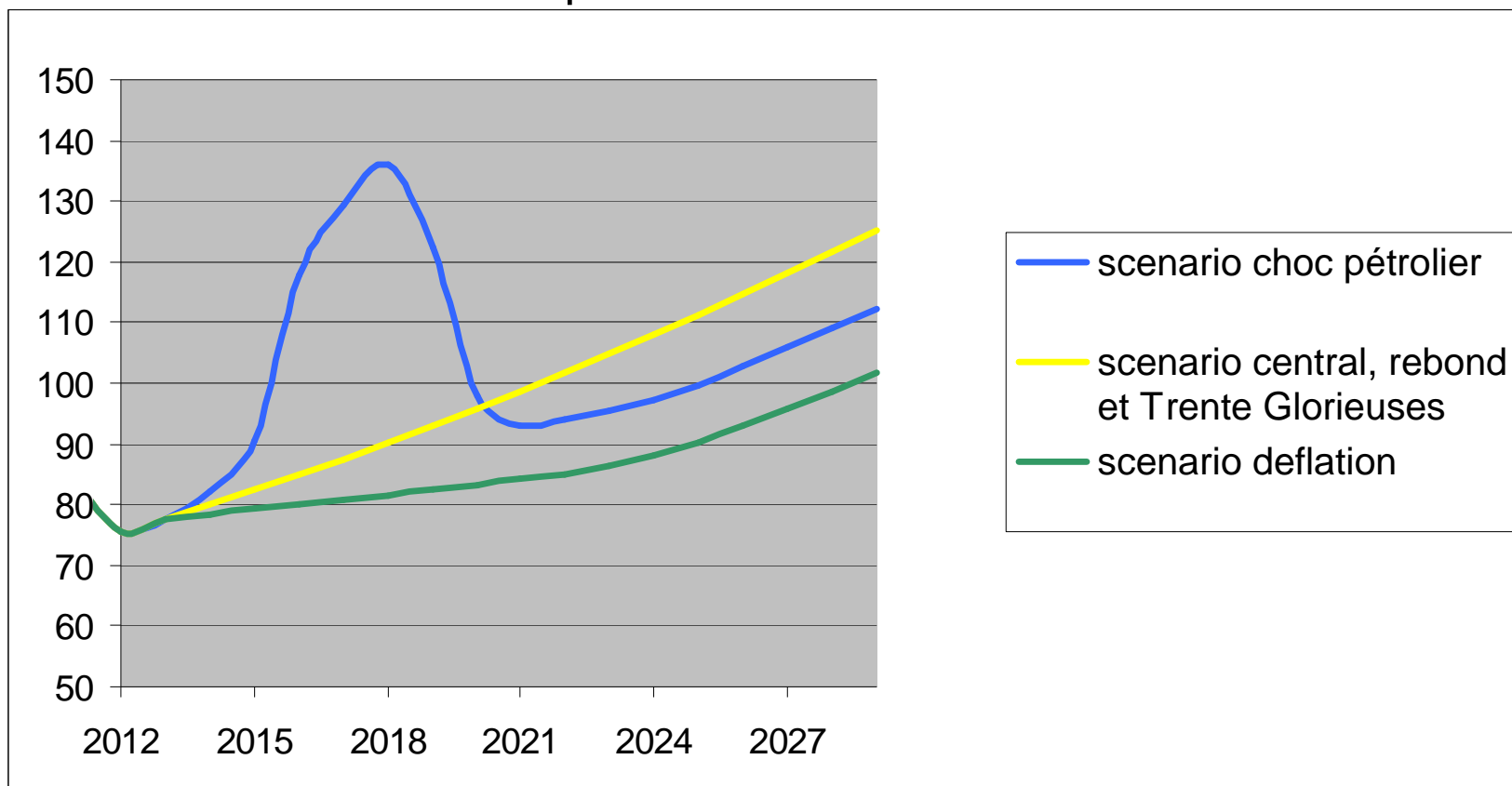
2. Risque sur l'inflation

Evolution de l'inflation

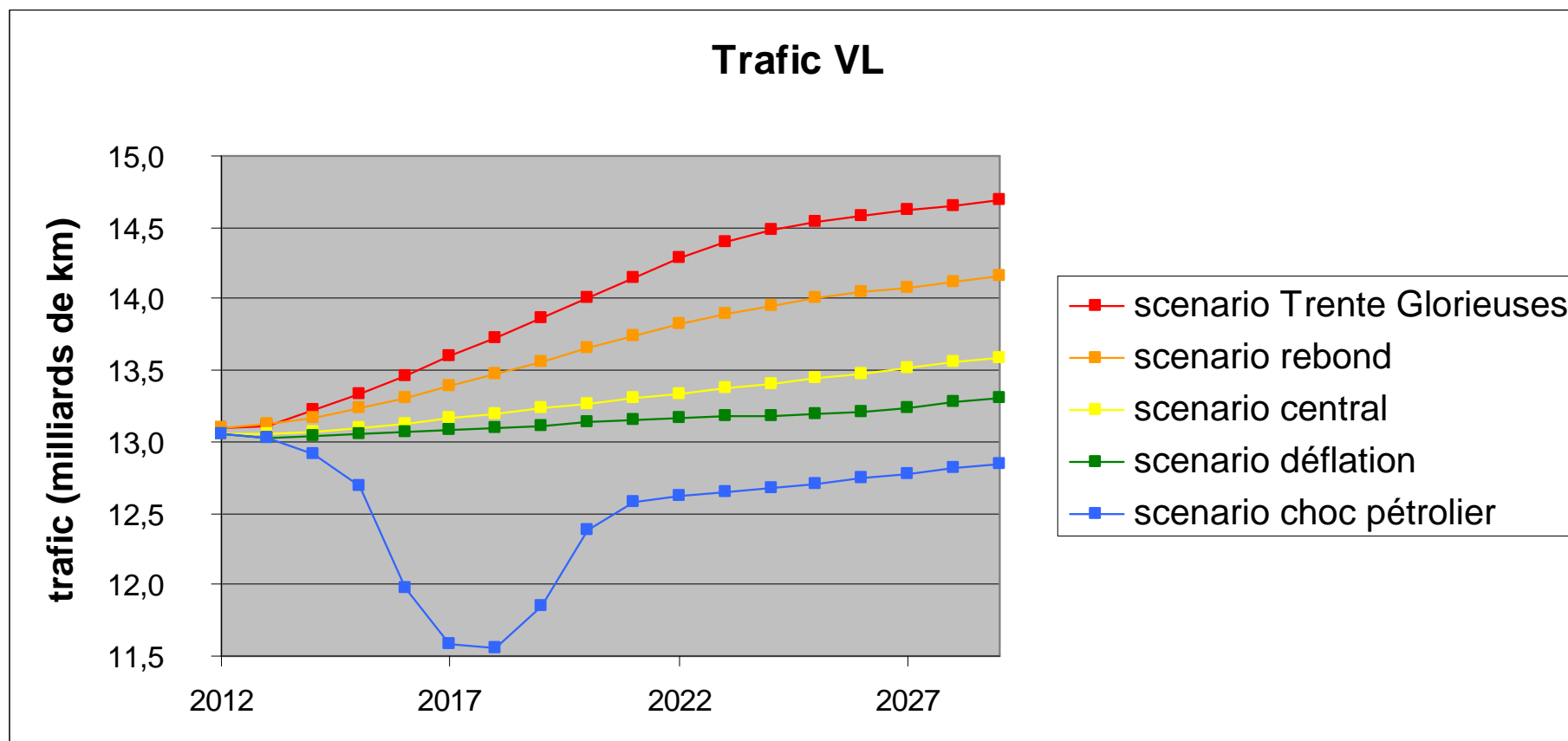


2. Risque sur le prix du pétrole

Evolution du prix du Brent en euros courants



2. Du risque macro-économique au risque sur les flux de l'actif A : exemple des trafics





Evaluation de l'actif A

3. Résultats

3. Résultats produits par la méthode retenue

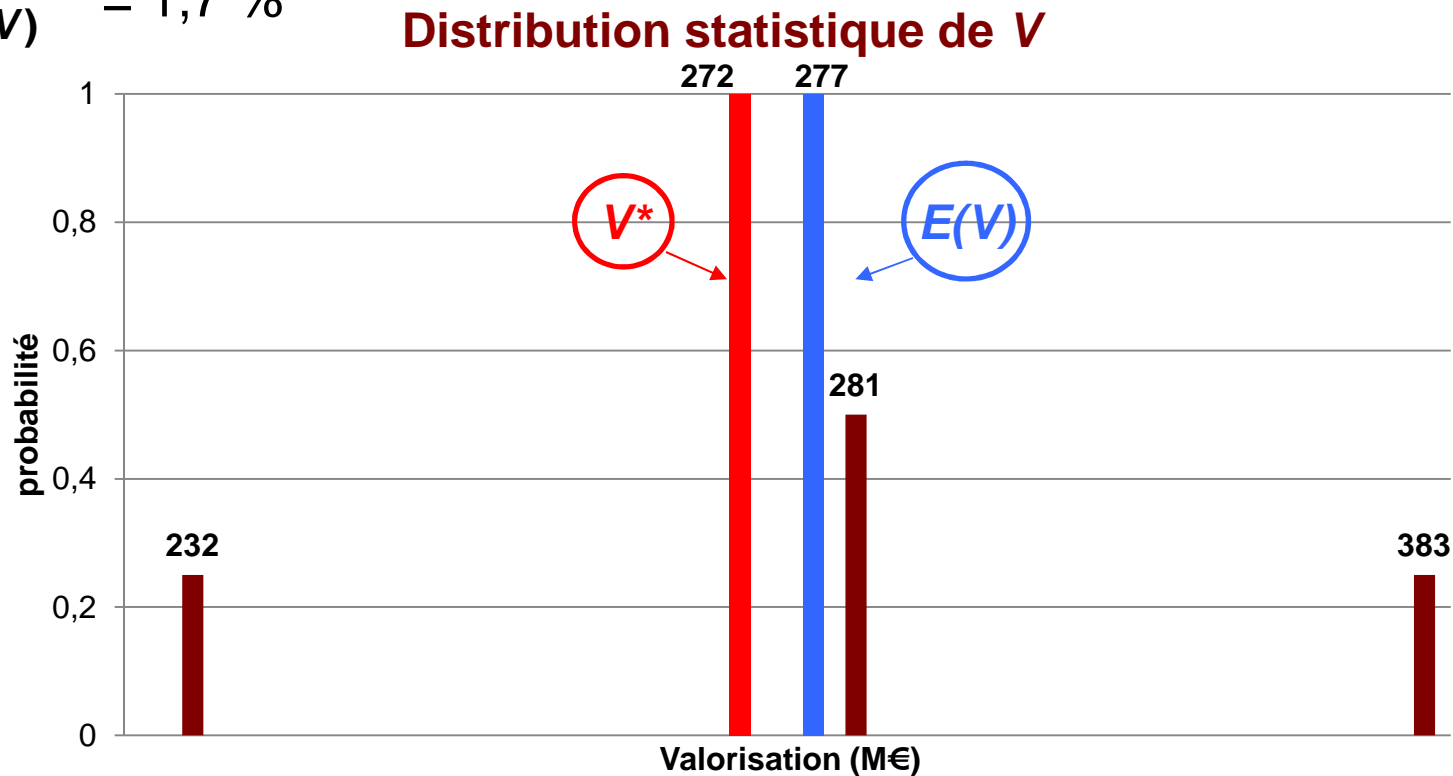
Pour chaque jeu de scénarios probabilisés, on trouve :

- La valeur V de l'actif X dans chaque scénario
⇒ Distribution statistique de V
- La valeur moyenne sur tous les scénarios
⇒ $E(V)$, valeur espérée de V (celle d'un investisseur neutre au risque)
- La valeur tenant compte du risque
⇒ V^* (celle d'un investisseur averse au risque)

3. Avec le 1^{er} jeu de scénarios : une prime de risque faible

- Avec le 1^{er} jeu de scénario, on trouve une valorisation V^* de 272 M€.
- Les valeurs avec et sans prise en compte du risque sont très proches :

$$\frac{E(V) - V^*}{E(V)} = 1,7 \%$$



3. Test de sensibilité aux probabilités des scénarios du 1^{er} jeu

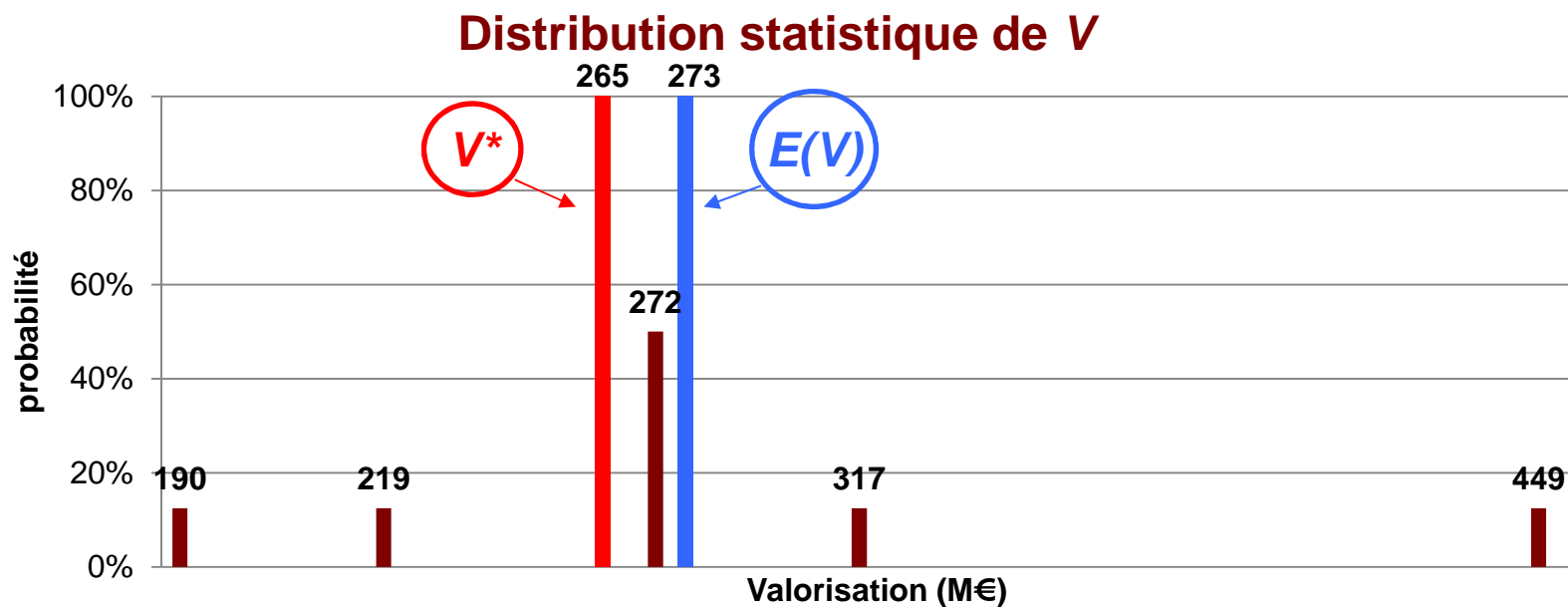
	Valorisation de la participation V^*	Valorisation espérée de la participation $E(V)$	Ecart entre la valorisation avec et sans risque $\frac{E(V) - V^*}{E(V)}$
scénario central probable à 80 %, scénarios haut et bas probables à 10 % : risque faible	277 M€	279 M€	0,7 %
scénario central probable à 50 %, scénarios haut et bas probables à 25 %	272 M€	277 M€	1,7 %
scénarios équiprobables : risque extrême	269 M€	275 M€	2,3 %

La prime de risque est faible mais l'aléa macro-économique l'est également

⇒ **Intérêt du 2nd jeu de scénarios qui compte plus d'aléas**

3. Avec le 2nd jeu de scénarios : encore une prime de risque faible

- Avec le 2nd jeu de scénarios, on trouve une valorisation V^* légèrement plus faible (265 M€). Les valeurs sans risque $E(V)$ et avec risque V^* sont elles encore très proches (écart relatif de 3,0 %).
- De façon inattendue, la valorisation V^* de l'actif X est proche (à 7 M€ près) de celle du scénario central



3. Test de sensibilité aux probabilités des scénarios du 2nd jeu

	Valorisation de la participation V^*	Valorisation espérée de la participation de $E(V)$	Ecart entre la valorisation avec et sans risque $\frac{E(V) - V^*}{E(V)}$
scénario central probable à 80 %, autres scénarios probables à 5 % : risque faible	269 M€	272 M€	1,2 %
scénario central probable à 50 %, autres scénarios probables à 12,5 %	265 M€	273 M€	3,0 %
scénarios tous probables à 20 % : risque extrême	261 M€	273 M€	4,8 %

La valorisation apparaît robuste, peu dépendante de la distribution de probabilités des scénarios.

3. Conclusion : une faible prime de risque

- Contrairement à la méthode retenue habituellement par les évaluateurs privés, la prime de risque est ici le résultat d'un **calcul endogène**, propre aux **caractéristiques de l'actif** et aux **incertitudes macro-économiques**.
- Dans tous les cas, cette prime apparaît **faible** : par rapport à une évaluation en espérance $E(V)$, il faut **ôter 1,2 % à 4,8 % de la valeur espérée de l'actif au titre du risque**.
- A titre d'illustration, cela équivaut à accroître le taux d'actualisation réel de 3 % utilisé ici d'un montant comprise entre **0,1** et **0,4** point de pourcentage.
- Ce résultat est compatible avec l'ordre de grandeur obtenu par le **SETRA** dans les travaux qu'il a présentés à la Commission présidée par Emile Quinet

Evaluation de l'actif A

4. Extension : taux sans risque endogène

4. Taux sans risque : une conséquence des scénarios macroéconomiques

- Les évaluations précédentes reposaient sur un taux d'actualisation sans risque de 3 % en réel, normatif (fixé par la Caisse des Dépôts). Ce taux était indépendant des scénarios macroéconomiques envisagés.
- Or le taux sans risque est une conséquence des scénarios macroéconomiques envisagés (cf. rapport Lebègue). On peut donc le déduire du jeu de scénarios macroéconomiques probabilisés retenus ici dans la modélisation.
- Pour ce faire, on peut utiliser la formule d'origine du calcul économique (la plus générale, cf. infra) qui décrit la valeur d'un actif dont les cash-flows X_t s'ajoutent au PIB C_t , et dont l'application peut fournir à la fois, conditionnellement aux scénarios macroéconomiques envisagés :
 - Le taux sans risque
 - La prime de risque
 - La valeur de l'actif A
- On sait que plus le risque macroéconomique est important, plus le taux sans risque est faible (effet précaution) et plus la prime de risque est forte.

4. Méthode retenue : retour à la *formule d'origine du calcul économique*

■ Maximisation de la fonction d'utilité intertemporelle

1) Avec les paramètres du rapport Gollier

- Préférence pure pour le présent $\delta = 1 \%$
- Fonction d'utilité à aversion relative pour le risque constante
- Aversion relative pour le risque $\gamma = 2$

$$\sum_{t=0}^T e^{-\delta} \cdot E(U(C_t))$$

$$U(C) = \frac{C^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

2) Avec les scénarios macroéconomiques probabilisés de notre second jeu (« réaliste et dynamique », source Caisse des Dépôts)

■ Calculs successifs

- de l'espérance d'utilité W si on n'investit pas dans l'actif
- de l'espérance d'utilité W' si on paie Z cette année pour disposer de l'actif rapportant la chronique de flux X_t en plus du PIB C_t

$$W = \sum_{t=0}^T e^{-\delta} \cdot E(U(C_t))$$

$$W'(Z) = E(U(X_0 + C_0 - Z)) + \sum_{t=1}^T e^{-\delta} \cdot E(U(X_t + C_t))$$

- de la valeur particulière qu'il faut donner à Z pour être indifférent entre investir ou pas dans l'actif ; cette valeur particulière, notée V , est la valeur présente de l'actif, son équivalent présent certain

$$W'(V) = W$$

4. Méthode retenue : application à trois types d'actifs

■ Actif 1 : actif sans risque

- $X_t = 0$, sauf à la date n fixée où $X_n = 100$ € certain
- On calcule la valeur présente V_n de cet actif
- On en déduit le taux de rendement ρ_n exigé de l'actif sans risque entre $t=0$ et $t=n$
- On calcule ainsi la courbe de taux sans risque

$$\rho_n = \frac{100 - V_n}{V_n}$$

■ Actif 2 : actif risqué de marché

- $X_t = 0$, sauf à la date n fixée où $X_n = k \times C_n$ où k est une constante (faible)
- On calcule la valeur présente V_n de cet actif
- On en déduit le taux de rendement π_n exigé entre $t=0$ et $t=n$ pour un actif parfaitement corrélé au PIB
- On calcule ainsi la prime de risque (par comparaison avec le taux sans risque sur la même période)

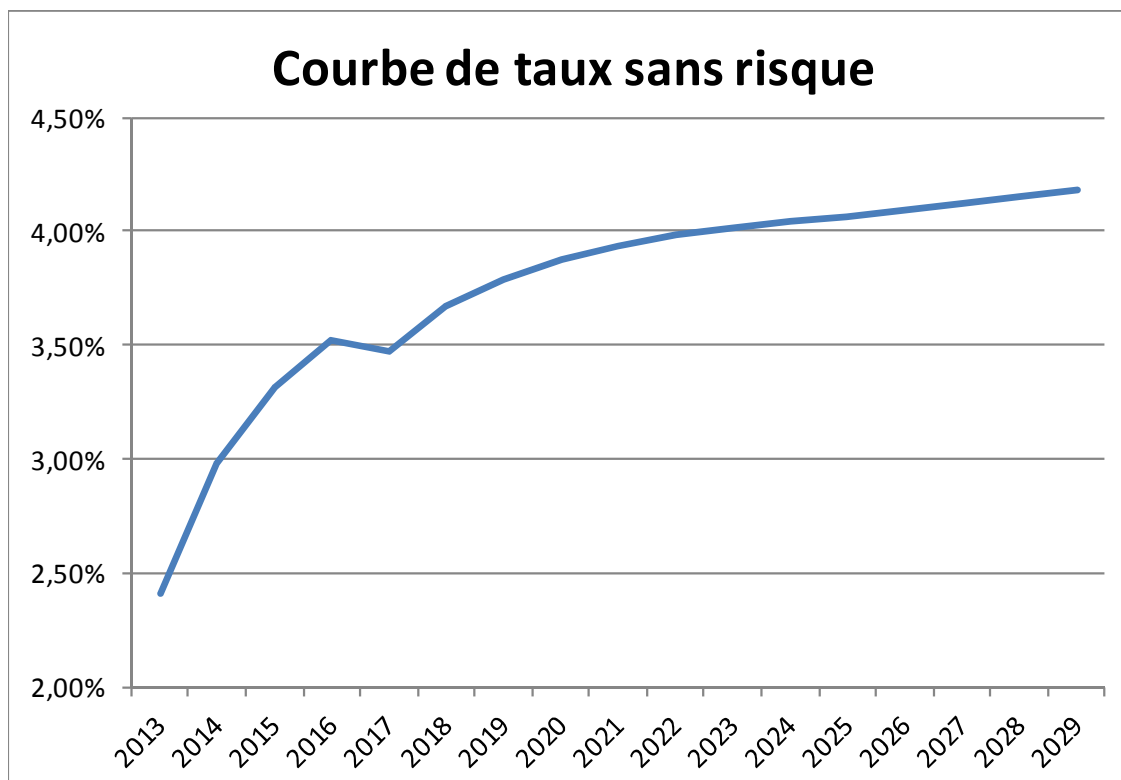
$$\Pi_n = \frac{E(X_n) - V_n}{V_n}$$

■ Actif 3 : actif d'infrastructure A

- $X_t =$ cash-flow engendré par l'actif A
- On calcule la valeur présente V de l'actif A

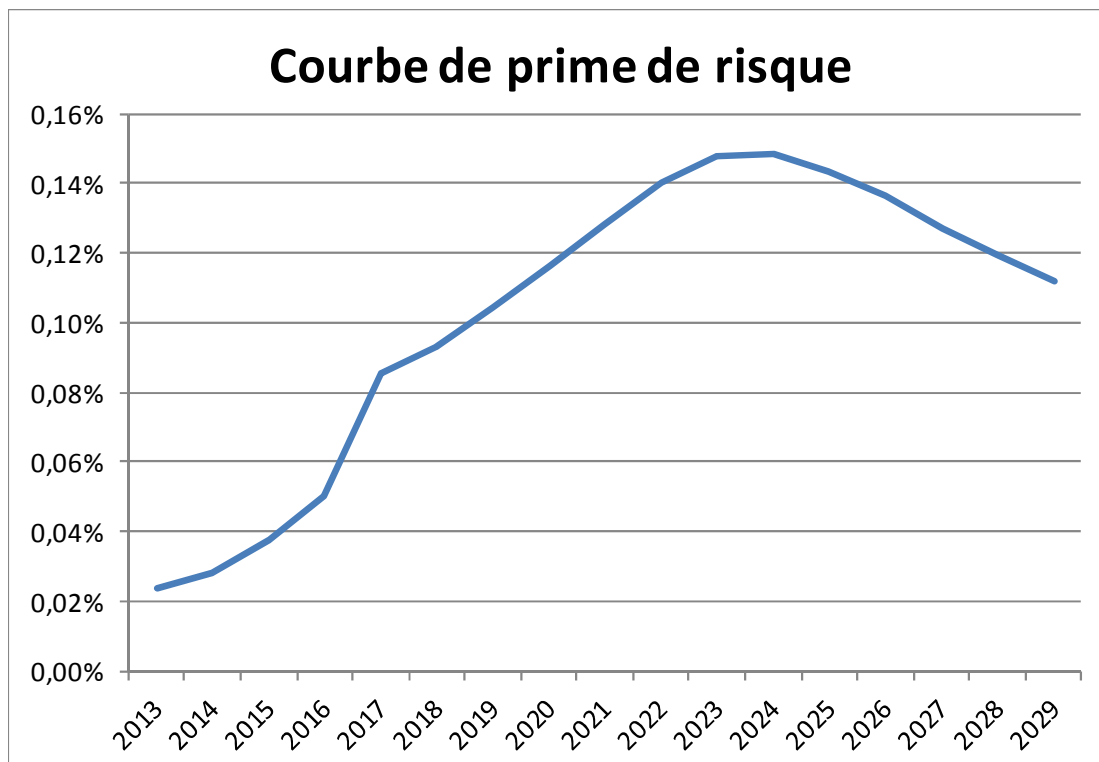
N.B. Le calcul de la valeur de l'actif A est direct avec la *formule d'origine du calcul économique* (inutile de calculer d'abord un taux d'actualisation sans risque ni une prime de risque ; on le fait ici uniquement à titre d'illustration)

4. Résultats obtenus : courbe de taux sans risque



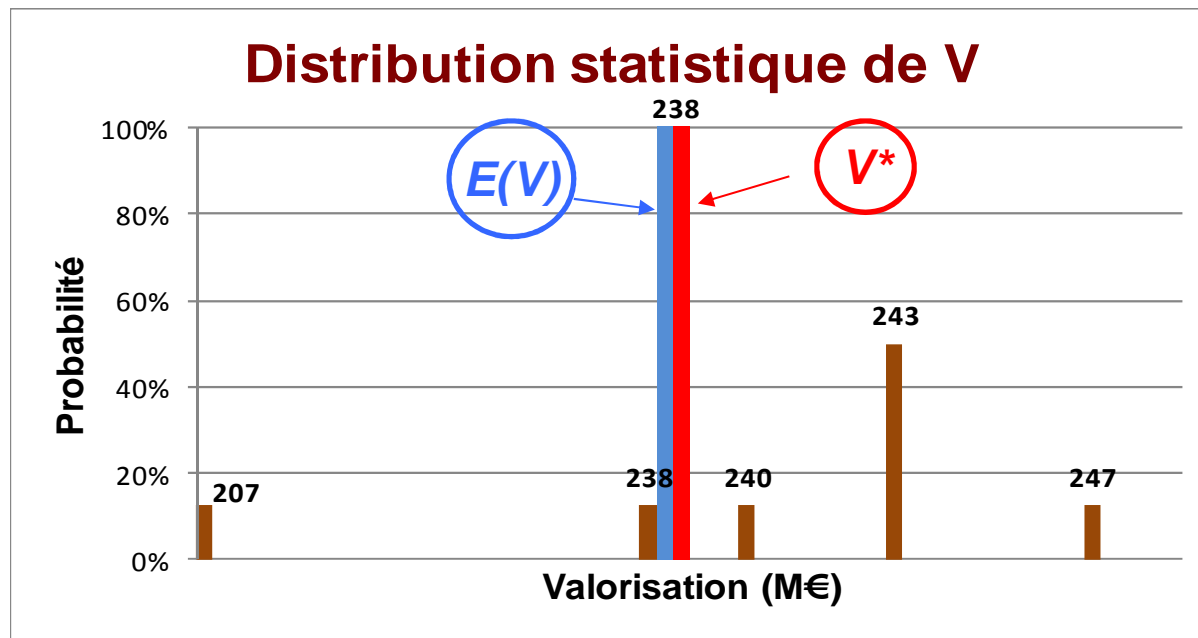
- Forme classique de la courbe des taux, à pente positive à l'exception de 2017 où un effet précaution fort joue (forte récession dans l'un des scénarios macroéconomiques envisagés)
- Le taux sans risque normatif de 3 % retenu à la Caisse des Dépôts paraît faible au regard des valeurs trouvées ici (il y avait donc bien une incohérence avec les scénarios macroéconomique envisagés)

4. Résultats obtenus : courbe de prime de risque



- La prime de risque est faible
- Le risque macroéconomique est réduit dans les scénarios retenus (pas de catastrophe « à la Barro »)
- La prime de risque
 - augmente avec le temps jusqu'en 2024
 - diminue ensuite du fait de la convergence des scénarios macroéconomiques (le risque diminue)

4. Résultats obtenus : valeur de l'actif A



- Une valorisation de l'actif A de 238 M€, inférieure d'environ 10 % à la valeur calculée sous l'hypothèse d'un taux d'actualisation exogène de 3 %
- Cette évolution se comprend car le taux de 3 % apparaissait trop faible au regard des anticipations macroéconomiques retenues ici (cf. diapo 39)
- La valeur de A corrigée du risque correspond quasiment à la valeur espérée (neutralité au risque)

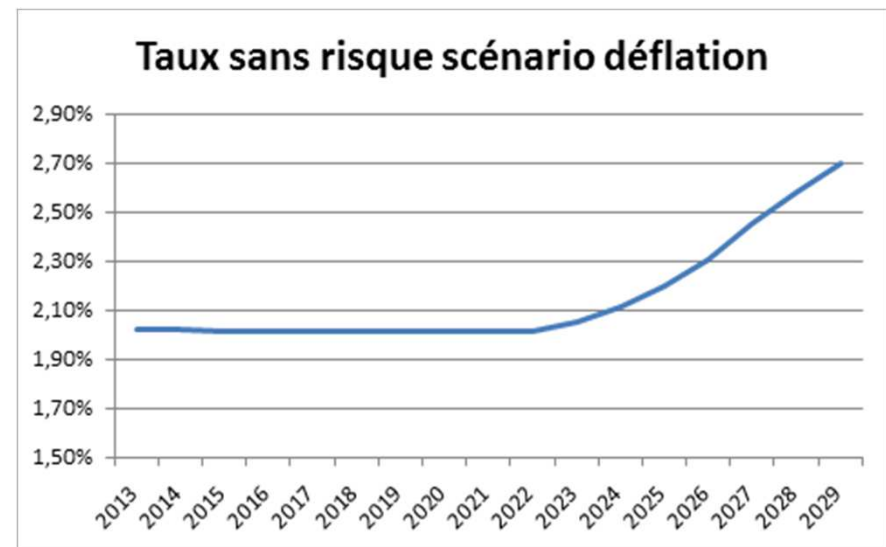
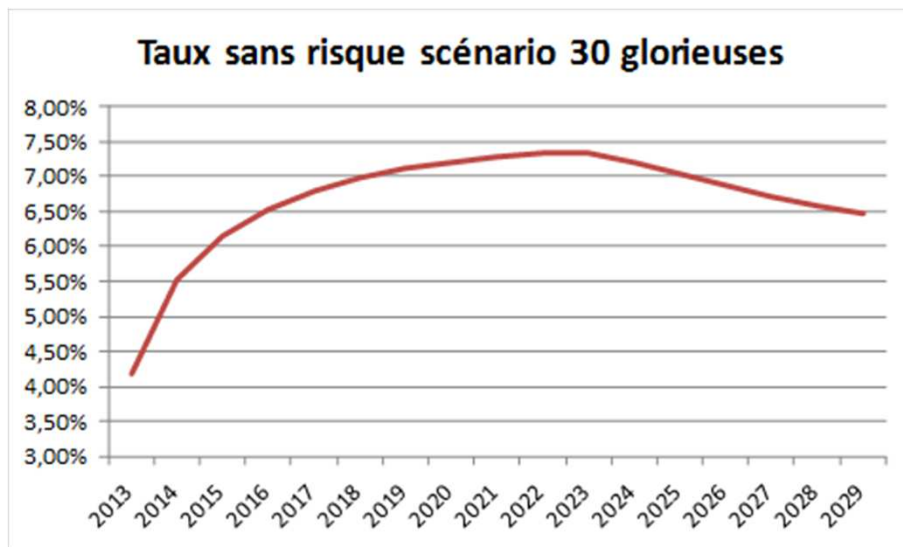
4. Résultats obtenus : impact, par scénario, de l'endogénéisation du taux d'actualisation sans risque

Valorisation (M€)		Taux sans risque endogène	Taux sans risque exogène
En tenant compte du risque		238	265
Scénarios	Central	243	272
	30 glorieuses	247	449
	Choc pétrolier	238	219
	Rebond	240	317
	Déflation	207	190
Moyenne pondérée des scénarios		238	283

- Le passage à un taux d'actualisation endogène joue sur la valeur de A dans chacun des scénarios macroéconomiques envisagés
 - à la hausse dans les scénarios de croissance faible (« déflation », « choc pétrolier ») où le véritable taux d'actualisation réel serait inférieur aux 3 % exogènes retenus autrement
 - à la baisse dans les scénarios de forte croissance (« rebond », « 30 glorieuses ») où le véritable taux d'actualisation réel serait supérieur aux 3 % exogènes retenus autrement
- L'effet total est à la baisse (238 M€ au lieu de 265 M€) car la véritable courbe des taux induite par le jeu de scénarios est largement au dessus des 3 % (cf. diapo 30)
- Résultat inattendu : la valeur corrigée du risque est la même qu'en espérance. On pourrait donc être neutre au risque dans l'évaluation de l'actif A.

4. Résultats obtenus : le rôle joué par le taux sans risque, exogène (3 %) ou endogène

A titre d'illustration, si l'on calcule la courbe des taux dans chaque scénario, on met bien en évidence qu'elle s'écarte fortement d'un taux fixe à 3 %, par exemple ici dans les scénarios 30 glorieuses (taux > 3 %) et déflation (taux < 3 %)



Evaluation de l'actif A

Conclusion



Conclusion (1/3)

Bilan sur la méthode retenue : avantages

- Compréhension fine du comportement de l'actif A conditionnellement à plusieurs scénarios macroéconomiques
- Calcul de la distribution statistique de la valeur possible de l'actif A, une information importante pour le décideur
- Calcul d'une valeur corrigée du risque (équivalent certain)
- Possibilité d'utiliser
 - soit un taux d'actualisation sans risque normatif exogène
 - soit, pour plus de cohérence et de généralité, un taux sans risque déduit des scénarios macroéconomiques retenus

Conclusion (2/3)

Bilan sur la méthode retenue : limites

- La prime de risque moyenne de marché implicite à cette méthode est très faible sauf si l'on intègre des événements catastrophiques à la Barro (à vérifier)

N.B. Seuls de tels événements peuvent expliquer la prime de risque constatée sur les marchés

⇒ Reprendre les calculs précédents en intégrant de tels événements dans le jeu de scénarios macroéconomiques (2 % de probabilité annuelle que le PIB baisse de 30 %, par exemple ?) ?

- Evaluation adaptée à un investisseur quasi public, non transposable à un investisseur doté d'autres préférences

⇒ Refaire les calculs avec d'autres paramètres γ (aversion au risque) ?

- Méthode non standard dans l'univers des investisseurs privés, qui remet en cause la pratique usuelle de l'intégration du risque « au dénominateur »

⇒ Interpréter les résultats en termes de « β » de l'actif A ?

Conclusion (3/3)

Systemes d'actualisation concurrents

Points communs

- Fondés sur la *consumption-based capital asset pricing model* (CCAPM)
- Montrant l'importance du risque non diversifiable = macro-économique
 - La prime de risque constatée sur les marchés s'explique par les gros chocs macro-économiques (événements extrêmes, changements de régime...)
 - Un investissement doit payer une prime de risque d'autant plus grande qu'il est procyclique

Différences

	Hypothèses / Champ de validité théorique	Exogènes à fournir	Endogènes obtenus	Pratique
1. Formule générale de l'économie publique	CCAPM	Loi statistique / scénarios probabilisés : PIB et toutes variables entourant le projet (prix du pétrole...) N.B. envisager des scénarios extrêmes sur le PIB pour que la prime de risque soit cohérente avec les constatations empiriques	Distribution statistique de la valeur du projet + Valeur équivalente certaine du projet + Taux d'actualisation sans risque + Prime de risque	Calculs complexes (fonction d'utilité intertemporelle)
2. VAN avec équivalents certains ("numérateur")	CCAPM + Projet marginal % PIB	Loi statistique suivie par le PIB et toutes les variables entourant le projet (prix du pétrole...) + Taux d'actualisation sans risque	Distribution statistique de la valeur du projet + Valeur équivalente certaine du projet + Prime de risque	Calculs complexes (équivalent certain de chaque flux annuel)
3. VAN avec méthode du bêta ("dénominateur")	CCAPM + Aléa petit sur le PIB ou Aléas gaussiens, constants dans le temps, portant sur le taux de croissance du PIB et des flux du projet	Taux d'actualisation sans risque + Prime de risque de marché + Bêta du projet	Valeur équivalente certaine du projet	Calcul du bêta du projet : nécessite simulations des flux socio-économiques du projet conditionnellement à la macro-économie En pratique, l'erreur commise en utilisant 3. en dehors de son champ de validité théorique serait faible (?).

Un débat à la frontière de la recherche académique actuelle

- *Rare disasters, tail-hedged investments, and risk-adjusted discount rates*, Weitzman, NBER, octobre 2012
- *Term structures of discount rates for risky investments*, Gollier, octobre 2012

Evaluation d'une infrastructure avec prise en compte du risque « au numérateur »



**Illustration pour la Commission présidée par Emile Quinet
Centre d'Analyse Stratégique**

Département Analyse Stratégique, Innovation et Développement Durable
13-059, 19 juin 2013